MATEMÁTICas

operaciones aplicadas con números racionales

Martha Inés Kammerer David
Gonzalo Alfonso Beltrán Alvarado
Fabio Orlando Moya Camacho

UNIVERSIDAD DE LA GUAJIRA

MATEMÁTICAS

OPERACIONES APLICADAS CON NÚMEROS RACIONALES

Martha Inés Kammerer David
Gonzalo Alfonso Beltrán Alvarado
Fabio Orlando Moya Camacho

UNIVERSIDAD DE LA GUAJIRA | SHIKII EKIRAJIA PULEE WAJIIRA

MATEMÁTICAS
operaciones aplicadas con números racionales

Primera edición, 2018

ISBN: 978-958-5534-01-8

Diseño / diagramación
Luz Mery Avendaño
Impresión*:*
Editorial Gente Nueva

Depósito legal

Impreso en Colombia
Printed in Colombia

Agradecemos al señor TODOPODEROSO por enseñarnos el camino, por darnos la luz para crecer cada día más como personas, y poder aportar algo significativo a la comunidad y a nuestros hijos.

Martha, Gonzalo y Fabio

Autores:

GONZALO BELTRÁN ALVARADO
Ingeniero de Sistema
Magíster en Informática Educativa
Docente de Tiempo Completo Universidad de La Guajira
gbeltran@uniguajira.edu.co

MARTHA INÉS KAMMERER DAVID
Ingeniero Industrial
Magíster en Gerencia de Recurso Humano
Doctor en Ciencias Gerenciales
Docente de Tiempo Completo Universidad de La Guajira.
mkammerer@uniguajira.edu.co

FABIO ORLANDO MOYA
Ingeniero de Sistemas
Especialista Diseño y Construcción de Soluciones Telemáticas
Magíster Informática Educativa
Doctor Ciencias Gerenciales
Postdoctorado Gerencia de las Organizaciones
Docente de planta de la Universidad de La Guajira

CONTENIDO

Introducción **7**

Integración de las TIC en las matemáticas **9**

1. Concepto de número racional 21
2. Clasificación de número racional 26
3. La recta numérica para los números racionales 28
4. El plano cartesiano 30
5. Orden 33
6. Adición 35
7. Sustracción 37
8. Multiplicación 39
9. División 41
10. Potenciación 44
11. Radicación 47

BIBLIOGRAFÍA 50

ANEXOS 53

INTRODUCCIÓN

Las nuevas tecnologías de la información han permitido, desde la última década hasta nuestros días, la interacción del humano con las máquinas de una manera más amigable, permitiendo usar herramientas que ayudan a solucionar problemas de aprendizaje. Específicamente en el área de las matemáticas, la elaboración de algoritmos computacionales permite crear ambientes de aprendizaje eficientes que ayudan indiscutiblemente al avance educacional del estudiante para su aprendizaje significativo.

La necesidad de aprendizaje por parte del estudiante se refuerza por medio del software que le permite afianzar el conocimiento por la facilidad que tiene este de ir al ritmo del discente. El estudiante se siente estimulado porque el software le permite repetir tantas veces sea necesario los ejercicios o prácticas de los diferentes temas planteados en el libro, para fijar conceptos mucho más amplios y definitivos en su mente creativa.

Por otra parte, el docente se actualiza y es agente de cambio frente a los temas de interés no solamente elaborando estrategias de aprendizaje y de autoaprendizaje con el uso de las TIC, sino que se enfrenta a una amplia gama de programas instalados en internet que ayudan a ampliar el conocimiento de ambos (estudiante y docente).

Por lo tanto, el uso de aplicativos dirigidos al proceso de enseñanza-aprendizaje está enfocado más al aprendizaje, por lo que el estudiante debe ser autónomo y creativo para lograr las competencias necesarias en cada uno de los temas que aborda.

El presente trabajo está dividido en nueve temas fundamentales para el aprendizaje de las operaciones básicas de los números fraccionarios, en los temas de suma, resta, multiplicación y división. El estudiante podrá realizar las actividades, activando el programa ejecutable “fracción”, el cual se abrirá presentando un menú con sus diferentes opciones.

El software permite al estudiante interactuar de tal manera que pueda desarrollar sus competencias en las operaciones de números fraccionarios de una manera eficiente y rápida.

Si el estudiante requiere más apoyo puede ingresar a la red y buscar más programas relacionados con el tema.

LA INTEGRACIÓN DE LAS TIC EN MATEMÁTICAS

Entre las asignaturas del currículo, las matemáticas han sido tradicionalmente un dolor de cabeza para educadores, padres y estudiantes. Un alto porcentaje de estudiantes sienten temor y falta de gusto cuando se enfrentan a esta materia. Las pruebas Saber, aplicadas recientemente por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación, conocido por las siglas ICFES , muestran que hay mucho por hacer para lograr mejores resultados en la enseñanza de las matemáticas. Estas pruebas evidenciaron que los estudiantes realizan fácilmente operaciones simples en las que se involucran una o dos variables, pero presentan problemas cuando deben relacionar variables complejas y deben leer, incorporar o elaborar gráficos en la resolución de problemas. Por ejemplo, en el caso de grado 9º, solo el 13% de los estudiantes llegaron al nivel E (comprensión de problemas que no tienen información completa) cuando se esperaba que fuera superado por el 55%; y solo el 4% llegaron al nivel F (comprensión de problemas en los que deben descubrir las relaciones no explícitas) y el ICFES esperaba que el 35% de los estudiantes superara este nivel.

La educación básica y media debe tener como propósito que los estudiantes alcancen las 'competencias matemáticas' necesarias para comprender, utilizar, aplicar y comunicar conceptos y procedimientos matemáticos. Se espera que puedan, a través de la exploración, abstracción, clasificación, medición y estimación, llegar a resultados que les permitan comunicarse y hacer interpretaciones y representaciones; es decir, descubrir que las matemáticas si están relacionadas con la vida y con las situaciones que los rodean, más allá de las paredes de la escuela. En la información sobre las pruebas Saber, el ICFES plantea que estas 'competencias matemáticas' se evidencian cuando los estudiantes:

- reconocen, nombran y dan ejemplos referidos a conceptos;
- usan modelos, diagramas y símbolos para representar conceptos y situaciones matematizables;
- identifican y aplican algoritmos, conceptos, propiedades y relaciones;
- realizan traducciones entre diferentes formas de representación;
- comparan, contrastan e integran conceptos;

- reconocen, interpretan y usan diferentes lenguajes (verbal, gráfico, tabular);
- enuncian e interpretan conjeturas acerca de regularidades y patrones;
- reconocen, relacionan y aplican procedimientos adecuados;
- usan, interpretan y relacionan datos;
- crean y usan diferentes estrategias y modelos para solucionar problemas;
- generan procedimientos diferentes a los enseñados en el aula;
- enriquecen condiciones, relaciones o preguntas planteadas en un problema;
- utilizan el razonamiento espacial y proporcional para resolver problemas, para justificar y dar argumentos sobre procedimientos y soluciones.

Como se puede ver, para lograr este propósito es necesario propiciar un cambio en la forma de enseñar las matemáticas ya que la enseñanza tradicional en esta asignatura ha probado ser poco efectiva. Según los reportes del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM, por sus siglas en Inglés), los maestros deberían tener en cuenta las mejores prácticas para enseñar matemáticas sugeridas por ellos en el libro "Mejores Prácticas, Nuevos Estándares para la Enseñanza y el Aprendizaje".

- ayudar a que todos los estudiantes desarrollen capacidad matemática;
- ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación;
- realizar actividades que promuevan la participación activa de los estudiantes en hacer matemáticas en situaciones reales;
- entender y utilizar patrones y relaciones, estos constituyen una gran parte de la habilidad o competencia matemática;
- propiciar oportunidades para usar el lenguaje con el fin de comunicar ideasmatemáticas;
- ofrecer experiencias en las que los estudiantes puedan explicar, justificar y refinar su propio pensamiento, sin limitarse a repetir lo que dice un libro de texto;
- desarrollar competencia matemática por medio de la formulación de problemas y soluciones que involucren decisiones basadas en recolección de datos, organización, representación (gráficas, tablas) y análisis;

En cuanto a la integración de las TIC en los procesos de aprendizaje de las matemáticas, se recurrió al planteamiento de Andee Rubin, quien agrupa en cinco categorías los diferentes tipos de herramientas para crear ambientes enriquecidos por la tecnología: conexiones dinámicas; herramientas avanzadas; comunidades ricas en recursos matemáticos; herramientas de diseño y construcción; y herramientas para explorar complejidad.

Conexiones dinámicas manipulables: Las matemáticas están cargadas de conceptos abstractos (invisibles) y de símbolos. En este sentido, la imagen cobra un valor muy importante en esta asignatura ya que permite que el estudiante se acerque a los conceptos, sacándolos de lo abstracto mediante su visualización y transformándolos realizando cambios en las variables implícitas. En los grados de primaria se usan objetos físicos manipulables como apoyo visual y experimental; en secundaria, se utilizan elementos manipulables virtuales cuando no es posible tener objetos físicos. El Software para Geometría Dinámica posibilita ver qué sucede al cambiar una variable mediante el movimiento de un control deslizador (al tiempo que se mueve el deslizador, se pueden apreciar las distintas fases o etapas de los cambios en la ecuación y en su representación gráfica). Las simulaciones son otra herramienta valiosa para integrar las TIC en el currículo, especialmente en matemáticas y física, dado que proveen representaciones interactivas de la realidad que permiten descubrir, mediante la manipulación, cómo funciona un fenómeno, qué lo afecta y cómo este influye en otros fenómenos.

Herramientas avanzadas: Las hojas de cálculo, presentes en todos los paquetes de programas de computador para oficina, pueden ser utilizadas por los estudiantes en la clase de matemáticas como herramienta numérica (cálculos, formatos de números); algebraica (formulas, variables); visual (formatos, patrones); gráfica (representación de datos); y de organización (tabular datos, plantear problemas). Por otro lado, a pesar de la controversia que genera el uso de calculadoras por parte de los estudiantes, hay mucha evidencia que soporta su uso apropiado para mejorar logros en matemáticas. Las calculadoras gráficas enfatizan la manipulación de símbolos algebraicos, permitiendo graficar funciones, ampliarlas, reducirlas y comparar las gráficas de varios tipos de funciones. Adicionalmente, las herramientas para graficar y analizar datos posibilitan que el estudiante descubra patrones en datos complejos, ampliando de esta forma su razonamiento estadístico. El nivel de tecnología utilizada en las empresas es cada día mayor. Muchos puestos de trabajo incluyen herramientas informáticas (hoja de cálculo, calculadora, calculadora gráfica, software para analizar y graficar datos) y se espera del sistema educativo que prepare a los estudiantes para desenvolverse con propiedad con estas tecnologías.

Comunidades ricas en recursos matemáticos: Los maestros pueden encontrar en internet miles de recursos para enriquecer la clase de matemáticas como: simulaciones, proyectos de clase, calculadoras, software para resolver ecuaciones, graficar funciones, encontrar derivadas, elaborar exámenes y ejercicios, convertir unidades de medida, ejercitar operaciones básicas, construir y visualizar figuras geométricas, etc. El desarrollo profesional es otro aspecto sobre el cual internet contribuye de manera importante, para estos hay disponibilidad de cientos de cursos en varios campos de la matemática, foros y listas de discusión que se convierten en espacios de conversación e intercambio de información, en los que participan maestros de todo el mundo; descarga de artículos y trabajos académicos escritos por autoridades en esta área; suscripción a boletines y revistas electrónicas, etc.

Internet, el más poderoso sistema de comunicación que haya conocido la humanidad, posibilita la creación de ambientes colaborativos y cooperativos en el ámbito local, nacional o internacional, y en los cuales docentes y estudiantes comparten proyectos y opiniones sobre un tema en particular. Los estudiantes también pueden encontrar en este medio una variedad de bases de datos con información de todo tipo: sismográfica, demográfica, climática, ambiental, etc.; o participar en la creación de grandes bases de datos. Además, cuando la información colectada por ellos se correlaciona con algunas variables geográficas, los estudiantes pueden comparar sus datos con los de otras escuelas de lugares distantes.

Herramientas de diseño y construcción: Otra aplicación de la tecnología, en el área de las matemáticas, consiste en el diseño y construcción de artefactos robóticos. Mediante un lenguaje de programación los estudiantes pueden controlar un “ladrillo” programable (RCX). La construcción de artefactos robóticos desarrolla en el estudiante su "razonamiento mecánico” (física aplicada), este debe tomar decisiones sobre tipos de ruedas, poleas, piñones y aplicar los conceptos de fuerza, rozamiento, relación, estabilidad, resistencia y funcionalidad. Por otra parte, la programación de dichos artefactos, para que realicen acciones específicas, desarrolla en el estudiante la "inteligencia lógica", tan importante para las matemáticas.

La programación en lenguaje Logo incorpora conceptos matemáticos (por ejemplo dibujar figuras geométricas) al tiempo que introduce a los estudiantes en temas como iteración y recursión. Los micromundos son ambientes de aprendizaje activo, en el que los niños pueden ejercer control sobre el ambiente exploratorio de aprendizaje para navegar, crear objetos y manipularlos, observando los efectos que producen entre sí. En matemáticas se utilizan micromundos para probar conjeturas en álgebra y geometría, mediante la construcción y manipulación de objetos, con el fin de explorar las relaciones existentes en el interior de estos objetos y entre ellos.

El uso de software para diseñar esculturas de "Origami" en tres dimensiones (3D) también ayuda a desarrollar las habilidades geométricas.

Herramientas para explorar complejidad: Un desarrollo importante de la tecnología en el campo de las matemáticas consiste en el creciente número de herramientas para el manejo de fenómenos complejos Se destaca en esta categoría el para modelado de sistemas específicos que permite, a quienes no sean programadores, crear "agentes" con comportamientos y misiones, enseñar a estos a reaccionar a cierta información y procesarla en forma personalizada. Además, mediante la combinación de varios agentes, se pueden crear sofisticados modelos y simulaciones interactivas. La teoría del caos y los fractales también son campos en los cuales la tecnología impacta las matemáticas. Por otro lado, un conjunto de herramientas del proyecto SimCalc permiten enseñar conceptos de cálculo por medio de micromundos animados y gráficas dinámicas. Los estudiantes pueden explorar el movimiento de actores en estos micromundos simulados, y ver las gráficas de actividad, posibilitando la comprensión de importantes ideas del cálculo. Explorar estos conceptos realizando cálculos manuales es prácticamente imposible dado el número astronómico de operaciones necesarias para poder apreciar algún tipo de patrón. El uso de computadores permite al estudiante concentrarse en el análisis de los patrones y no en las operaciones matemáticas necesarias para que estos aparezcan.

Las herramientas tecnológicas, agrupadas en estas cinco categorías, ofrecen al maestro de matemáticas la oportunidad de crear ambientes de aprendizaje enriquecidos para que los estudiantes perciban esta asignatura como una ciencia experimental y un proceso exploratorio significativo dentro de su formación

El porqué de las TIC en educación

El computador electrónico fue inventado a mediados del siglo XX, el computador personal llegó al mercado después de 1975 e Internet se hizo público y la web comenzó a enriquecerse a mediados de la década de los noventa. Esos grandes hitos están entre los más visibles de la revolución que han experimentado las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en los últimos 60 años. Esa revolución ha ido acompañada, y ha sido impulsada, por una reducción dramática, sin precedente en la historia de las tecnologías, en los costos de manejar, guardar y transmitir información.

Desde hace varias décadas se comenzó a especular sobre el impacto que la revolución en las TIC podría tener en la educación, en todos sus niveles. Esa especulación, y los múltiples ensayos que la siguieron, se han convertido en los últimos años, especialmente a partir del desarrollo de la web, en un gran movimiento que está transformando la educación en muchos lugares del mundo desarrollado.

Infortunadamente, no se ha cumplido una de las predicciones de la especulación inicial, a saber: que la revolución de las TIC permitiría a los países en desarrollo mejorar sus sistemas educativos a pasos agigantados, hasta alcanzar a los de los países ricos. Por el contrario, lo que se observa en años recientes es un aumento en la brecha entre la típica escuela latinoamericana y la típica escuela en muchos países de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos).

Eso no tiene necesariamente que ser así: los gobiernos de América Latina tienen ahora la gran oportunidad de transformar sus sistemas educativos, de mejorar la calidad de sus escuelas, de reducir la inequidad en las oportunidades que se ofrecen a los jóvenes de los diferentes estratos socioeconómicos de sus países, y de preparar a su población para los retos que entraña la economía globalizada, muy competitiva, de la sociedad del conocimiento característica del siglo XXI.

Los cambios tecnológicos en los microprocesadores y en los dispositivos de memoria digital, así como el aumento de capacidad de transmisión de información en fibra óptica y en sistemas inalámbricos y, la disponibilidad de muchísimos recursos gratuitos en la web han reducido los costos de aprovechamiento del potencial de las TIC en la educación a niveles no soñados por educadores o gobernantes hace sólo 10 años (ver Gráfica 1).

Una razón básica

La pobreza de recursos educativos en la mayoría de las escuelas latinoamericanas es bien conocida. En particular, la escasez de materiales en sus bibliotecas es una de las más serias limitaciones para la formación de niños y jóvenes de los sectores menos favorecidos económicamente. Esa carencia podría resolverse con una dotación mínima de computadores con acceso a internet de banda ancha en las bibliotecas escolares. La gran cantidad de libros, revistas, periódicos, diccionarios, enciclopedias, mapas, documentos, videos, muchísimos de ellos gratuitos y con capacidad de multimedia, justifican una inversión inicial en dotación e instalación de equipos y un gasto de sostenimiento cuyo valor sería marginal si se lo compara con el gasto educativo de cualquier país latinoamericano. El acceso a internet permitiría, además, una cantidad de experiencias educativas nuevas como visitas a museos de arte y de ciencias, acceso a laboratorios virtuales, viajes virtuales a ciudades o regiones remotas, utilización de software educativo interactivo, etc.

Las primeras implican un conocimiento de los conceptos fundamentales de las TIC y la habilidad en el uso de sus diversas herramientas.

Los conceptos fundamentales son las bases sobre las que se construyen las TIC. El computador, las redes, los sistemas de información, la representación digital o binaria de la información, los modelos, el pensamiento algorítmico y la programación son algunos de ellos. Si las TIC no evolucionaran, el conocimiento de estos conceptos sería innecesario, bastaría saber usar los equipos y el software; pero las TIC cambian permanentemente y una buena comprensión de sus fundamentos permite estar preparado para las innovaciones y adaptarse rápidamente para aprovechar las nuevas oportunidades.

La lista de habilidades requeridas en el uso del hardware y el software cambia frecuentemente según aparecen nuevos productos y nuevas aplicaciones. Entre las más importantes hoy están: instalación del computador, uso de las funciones básicas del sistema operativo, uso del procesador de texto, uso de un sistema de presentación multimedia, conexión a una red, uso de un navegador para buscar recursos en la web, uso de sistemas de correo o de comunicación con otros, uso de una hoja de cálculo, uso de un manejador de bases de datos, uso de cámaras digitales de fotografía y video, uso de algunos servicios de la Web 2.0, etc.

El conocimiento de los conceptos fundamentales de las TIC y las habilidades en el uso del hardware y del software componen la primera parte de la experTICia. La segunda, está relacionada con el uso y la producción de los contenidos de la información, tanto en la web como en los medios digitales en general.

Como se dijo antes, la mayoría de los latinoamericanos se ha educado sin acceso a una cantidad limitada de fuentes de información y conocimiento: libros, revistas, diarios, enciclopedias, etc. En la nueva realidad, el acceso a la web con su inmensa cantidad de recursos valiosos y, al mismo tiempo, de material inútil y basura, exige el desarrollo de una primera competencia nueva, la de manejo de información (CMI). Se refiere a la capacidad del joven para definir el problema de información que enfrente, escoger, ejecutar y refinar su estrategia de búsqueda, juzgar la validez de las fuentes de la información obtenida y procesar esa información.

Además, ante la creciente avalancha producida por la gran cantidad de medios y mensajes mediáticos a la que está expuesto el ciudadano normal, se requiere el desarrollo de otra competencia nueva: el alfabetismo en medios. Se trata de la comprensión de cómo se construyen los mensajes que contienen, para qué propósitos, usando cuáles herramientas; se trata de aprender a examinar cómo diferentes individuos interpretan los mensajes de manera diferente, cómo se pueden incluir o excluir ciertos valores y puntos de vista, cómo los medios pueden influir en creencias o comportamientos; se trata no solo de aprender a recibir los mensajes críticamente, sino de aprender a producirlos y a emitirlos.

Tanto la CMI como el alfabetismo en medios demandan una lectura y una escritura diferentes a las tradicionales: son multimediales (con sonido e imagen), son hipertextuales (con enlaces que permiten navegar entre varios textos), son interactivas, contienen íconos e información gráfica, implican, en fin, un nuevo alfabetismo.

Además, estas competencias relacionadas con el uso y la producción de contenidos de información exigen una comprensión de los asuntos éticos y legales implicados en el acceso a la información y en su utilización, como el plagio y los derechos de autor.

La experTICia incluye un tercer tipo de competencia que liga las TIC y las competencias hasta aquí enunciadas con las capacidades intelectuales de orden superior. Esta inclusión se manifestó, posiblemente por primera vez en 1999, en el informe "Being Fluent with Information Technology" del Consejo Nacional de Investigación de los Estados Unidos. Se incluyeron, entre otras, las que llaman razonamiento sostenido, manejo de complejidad y prueba de soluciones. Un informe más reciente denominado "Evaluación de las Competencias del Siglo XXI: el panorama actual", de junio de 2005 se refiere a cómo países tan diversos como el Reino Unido, Finlandia, Singapur, Israel y Corea del Sur están tratando la experTICia como una de las áreas de competencia centrales en sus currículos nacionales y "artículos que emanan de (sus) Ministerios de Educación y organizaciones aliadas trazan un enlace explícito entre las TIC y capacidades intelectuales de orden superior". Muy recientemente, los nuevos estándares de TIC para estudiantes de los Estados Unidos, preparados por ISTE incluyen "competencias de creatividad, innovación, investigación, pensamiento crítico, solución de problemas, toma de decisiones, entre otras", con el uso de herramientas y recursos digitales apropiados".

Como se dijo antes, el desarrollo de todas estas competencias que hacen parte de la experTICia, es ahora una función crítica de cualquier sistema educativo de calidad.

Ambientes de aprendizaje enriquecidos

Pero, como quedó dicho atrás, hay otra razón muy importante para que los gobiernos se comprometan con la incorporación masiva de las TIC en sus sistemas escolares: las TIC, bien aprovechadas, tienen el potencial de enriquecer muchísimo y a bajo costo los ambientes de aprendizaje en los que se educan niños y jóvenes latinoamericanos. Y esos ambientes enriquecidos permitirían niveles de aprendizaje y de desarrollo de competencias mucho más elevados que los que existen hoy. Los costos de los computadores, de sus equipos periféricos, como escáneres o impresoras, y de muchos dispositivos digitales como cámaras, sensores, sondas, agendas, teléfonos celulares, etc., que funcionan con los computadores o en lugar de ellos, han bajado dramáticamente. Empiezan a verse ya programas pilotos con computadores diseñados especialmente para uso escolar, con precios entre 170 y 300 dólares, como el XO de la Fundación One laptop per child (OLPC) (un portátil por niño) o como el Classmate de Intel. Esos equipos traen incorporados varios dispositivos valiosos, tienen especificaciones técnicas apropiadas para el uso escolar y vienen con una serie de programas de software suficientes para gran variedad de aplicaciones.

La propuesta de los fabricantes de estos equipos es llegar a la situación “uno a uno”, un computador por cada niño o joven; e, idealmente, un computador cuyo usuario pueda tenerlo y usarlo tanto en la institución educativa como en su casa.

Pero, surgen dos interrogantes: ¿Por qué se querría llegar a esa situación de “uno a uno”? ¿no sería suficiente tener unas pocas aulas o laboratorios de computadores a donde los estudiantes vayan a desarrollar las competencias propias de la experTICia?. En primer lugar porque el “uno a uno” ofrece muchísimas ventajas entre las cuales están: mediante su propia memoria o mediante el acceso a la web, puede reemplazar libros, manuales o textos, diccionarios, enciclopedias, cuadernos o libretas y demás productos de papel para todas las materias que hoy requiere cualquier estudiante en su plan de estudios; además, un equipo como el XO ofrece cámara fotográfica, micrófono, parlantes y otras facilidades de comunicación; pero lo más importante es que el software que trae incorporado el equipo y su acceso a Internet permiten convertirlo en herramienta de la mente. David Jonassen, en un artículo sobre ese concepto, explica que “las herramientas de la mente son aplicaciones de los computadores que, cuando son utilizados por los estudiantes para representar lo que saben, necesariamente los involucran en pensamiento crítico acerca del contenido que están estudiando”. Un ejemplo clásico, presentado por el mismo Jonassen, es el uso de bases de datos, la organización de una información, que puede haber sido obtenida por el estudiante o suministrada por el docente, en la forma de una base de datos sobre la que pueden efectuar después consultas específicas, necesariamente involucra al estudiante en razonamiento analítico y le exige pensar acerca de relaciones causales entre ideas. Jonassen presenta varios grupos de aplicaciones de los computadores que representan diversos tipos de herramientas de la mente: de organización semántica, de modelado dinámico, de interpretación de información, de construcción de conocimiento y de conversación y colaboración.

En segundo lugar porque solo cuando se llega a una situación de “uno a uno” cuando los estudiantes pueden usar el computador todo el tiempo y para todas las áreas o materias como herramientas de la mente. En la situación convencional de aulas o laboratorios de cómputo, aún en las instituciones educativas en las que se llega a relaciones de 10 estudiantes por computador, es muy difícil avanzar más allá de una experTICia aceptable. El número limitado de horas en las que el estudiante puede usar los equipos dificulta mucho un progreso mayor.

Quizá por una coincidencia afortunada, estos computadores potentes y muy económicos están disponibles en esta época, cuando hay más reconocimiento del potencial de la pedagogía constructivista, basada en estrategias de aprendizaje activo, como la mayor potenciadora del aprendizaje de los estudiantes. En las últimas décadas, se ha venido acumulando un consenso creciente sobre las teorías relacionadas con el aprendizaje humano; una buena expresión de ese consenso está contenida en el libro "Cómo aprende la gente" de la Academia Nacional de Ciencias de los EE.UU. La aplicación de esas teorías, empleando las TIC como herramientas de la mente, permite la creación de ambientes enriquecidos, donde los estudiantes pueden construir su propio conocimiento más rápida y más sólidamente.

Esos ambientes de aprendizaje, enriquecidos mediante el uso generalizado de las TIC, son lo que realmente pueden transformar la calidad de la educación.

Logros

1. Diferenciar los algoritmos de las operaciones entre los números racionales homogéneos y heterogéneos.
2. Aplicar las propiedades de los números racionales con las operaciones de potenciación y radicación en la solución de problemas.
3. Solucionar ejercicios problémicos aplicando las propiedades de las operaciones adición, sustracción, multiplicación y división de número racionales.
4. Solucionar problemas usando herramientas de software.
5. Interactuar con la red.
6. Conocer nuevos programas en línea sobre temas pertinentes.

1. Concepto de número racional

El cociente de dividir dos (02) números enteros no siempre resulta ser un número entero.

Divisiones como 2 ÷ 3; (-5) ÷ 2; (-4) ÷ (-7) no son posibles en el conjunto Z. Para dar solución a estas operaciones se creó un nuevo conjunto llamado el conjunto de los números racionales, que se nota con Q y se define:

$$\left\{ \frac{p}{q} / \mathrm{p},\ \mathrm{q} \in \mathrm{Z},\ \wedge,\ \mathrm{q} \neq 0 \right\}$$

Las divisiones anteriores se pueden expresar por medio de números racionales así:

$$\frac{2}{3}, -\frac{5}{2}, \frac{-4}{-7}$$

Término de un número racional

Un número racional está formado por:

1. El signo: Puede ser positivo o negativo y se escribe antes del número.

2. El Numerador: Es el número escrito en la parte superior.

3. El Denominador: Es el que se escribe en la parte inferior.

Un número racional es el representante de las fracciones equivalentes con él. Se caracteriza porque entre sus elementos no hay factores comunes (son fracciones irreductibles). Así.

$$\frac{1}{2} = \left\{ \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{-2}{-4}, .. \right\}$$

$$\frac{-2}{3} = \left\{ -\frac{4}{6}, -\frac{8}{12}, \frac{-4}{6}, .. \right\}$$

En estos ejemplos, $\frac{1}{2}$ y $-\frac{2}{3}$ son los números racionales. Las demás son fracciones equivalentes con cada uno de ellos.

Aprendizaje activo

Ejemplos

1. Escribir como número racional las siguientes divisiones.

   a) $13 \div 5$

   El signo del número racional es positivo, pues tanto 13 como 5 lo son (el cociente de números de igual signo es positivo), además 13 es el numerador y t el denominador del número racional buscado. Por lo tanto $\frac{13}{5}$ *es el racional.*

   b) $5 \div (-8)$

   El signo del número racional es negativo, pues 5 es positivo Y -8 negativo (el cociente de números de diferente signo es negativo), 5 es el numerador y 8 el denominador del número racional buscado. Por lo tanto $-\frac{5}{8}$ *es el racional.*

2. Identificar los números racionales que hay en el grupo de fracciones

$$\frac{5}{10}, -\frac{8}{7}, \frac{9}{8}, \frac{45}{15}, -\frac{11}{23}, -\frac{7}{16}, \frac{14}{21},$$

Son números racionales aquellos en los que no hay factores o divisores comunes entre sus términos (numerador y denominador). Por lo tanto los racionales que hay en este grupo de número son $-\frac{8}{7}, \frac{9}{8}, -\frac{11}{23}, -\frac{7}{16}$

Práctica 17

1. Escribe como número racional cada una de las siguientes divisiones.

a) $2 \div 7$	f) $-9 \div 16$	k) $-30 \div (-45)$
b) $5 \div 9$	g) $25 \div (-3)$	l) $-27 \div 15$
c) $11 \div 3$	h) $-49 \div (-22)$	m) $42 \div (-36)$
d) $18 \div 13$	i) $2 \div 4$	n) $81 \div 27$
e) $8 \div (-27)$	j) $14 \div 20$	o) $-100 \div 25$

Se dan a este caso los dos denominadores. Para hallar el factor de amplificación se divide 36 (denominador de la fracción pedida) entre 4 (denominador del número racional dado). Así 36 ÷ 4 = 9. Luego 9 es el factor de amplificación.

3. Escribir el número racional que represente a la fracción $\frac{30}{45}$

$\frac{30}{45} \div \frac{3}{3} = \frac{10}{15};$ *(3 es divisor común de 30 y 45). Se toma la fracción obtenida para repetir con ella el proceso.*

$\frac{10}{15} \div \frac{5}{5} = \frac{2}{3};$ *(5 es divisor común de 10 y 15). 2 y 3 no tienen divisiones comunes.*

Por lo tanto $\frac{2}{3}$ es el número racional que representa la fracción $\frac{30}{45}$.

Práctica 18

1. Halla cinco fracciones equivalentes con el número racional dado en donde los factores de amplificación sean 3, 7, 9, 12 y 21.

   a. $\frac{3}{5}$

   b. $\frac{3}{4}$

   c. $-\frac{10}{13}$

   d. $-\frac{11}{5}$

2. Halla el factor de amplificación y la fracción equivalente en cada caso:

   a. $\frac{3}{7} = \frac{\square}{3}$

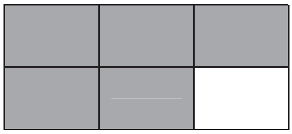
   b. $-\frac{15}{9} = -\frac{\square}{60}$

   c. $\frac{11}{9} = \frac{\square}{72}$

   d. $-\frac{2}{15} = -\frac{\square}{45}$

2. Clasificación de números racionales

Recuerda que una fracción indica las partes tomadas de una unidad. El denominador de la fracción indica el número de partes iguales en los que se divide la unidad y el numerador indica la cantidad de las partes tomadas. Así en la fracción $\frac{5}{6}$ la unidad se ha dividido en 6 partes iguales y se ha tomado 5 de ellas



De la misma forma recuerda que hay fracciones menores que la unidad, fracciones mayores que la unidad y fracciones que representan varias unidades completas, además que estas fracciones pueden ser positivas o negativas. Esta circunstancia permite la clasificación de los números racionales así:

1. *Racional Positivo*: Es aquel cuyo numerador y denominador tienen el mismo signo.
2. Racional Negativo: Es aquel cuyo numerador y denominador tienen signos diferentes.
3. Racional Nulo: Es aquel cuyo producto de numerador y denominador es 0 ejemplo: $\frac{0}{3}$.
4. Racional entero: Es aquel mayor o igual a la unidad, representa unidades enteras positivas. Ejemplo: $\frac{3}{1}$.

Aprendizaje activo:

Ejemplo:

Clasificar cada uno de los siguientes números racionales en positivos, negativos, nulos o enteros.

a. $\frac{2}{5}$

Es un racional positivo (numerador y denominador tienen el mismo signo). Es propio que su numerador es el menor que su denominador (es menor que su unidad).

b. $\frac{-8}{6}$

Equivalente al racional $-\frac{4}{3}$ *es negativo (numerador y denominador tienen signo diferente).*

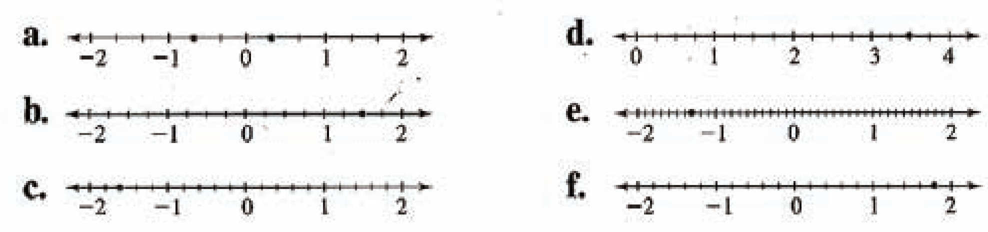
Práctica 20

1. Representa en la recta numérica cada uno de los siguientes racionales.

a. $\frac{5}{6}$ c. $\frac{12}{4}$ e. $\frac{9}{2}$ g. $\frac{8}{3}$ i. $-\frac{4}{3}$

b. $-\frac{3}{4}$ d. $-\frac{17}{12}$ f. $-\frac{8}{4}$ h. $\frac{1}{2}$ j. $\frac{0}{12}$

2. Escribe el número racional que se representa en cada recta numérica.



Integración cognitiva

Concepto y Representación Gráfica de Números Racionales

1. Completa la tabla indicando si el número dado es una racional o una fracción equivalente y si es positivo o negativo.

Fracción	$\frac{2}{7}$	$\frac{-9}{5}$	$\frac{-3}{-4}$	$\frac{12}{-6}$
Racional / ***Equivalente***				
+ / **-**				

2. Representa sobre la recta numérica las siguientes fracciones.

a. $\frac{6}{4}$ **b.** $-\frac{8}{2}$ **c.** $\frac{1}{3}$ **d.** $\frac{9}{3}$

3. Escribe el número que falta para que las fracciones sean equivalentes al racional dado.

a. $- \quad \frac{\square}{\ }$ **b.** $- \quad \frac{\square}{\ }$ **c.** $- \quad \frac{\ }{\square}$

4. El plano cartesiano

1. El plano cartesiano está determinado por la intersección de dos (02) rectas numéricas que se cortan perpendicularmente en cero.

2. La recta numérica horizontal es el eje x y la vertical es el eje y.

3. Sobre el eje x se ubica la primera componente de la pareja ordenada teniendo en cuenta que si la componente es positiva se ubica a la derecha de cero y si es negativa debajo de él.

4. Sobre el eje y se ubica la segunda componente de la pareja ordenada, teniendo en cuenta que si la componente es positiva se ubica arriba de cero y si es negativa debajo de él.

5. Los cuadrantes son las regiones en que queda dividido el plano. Se nombran con los números romanos I, II, III Y IV respectivamente.

Aprendizaje activo

Ejemplo:

Representar en el plano cartesiano los siguientes puntos:

a. $(- \ -)$ b. $(-3 \ -)$ C. $(-)$

Se dividen las unidades de los ejes de coordenadas (deben ser de la misa longitud para los dos ejes) en tantas partes como indica el denominador de cada fracción. Así, las unidades en el eje x se dividen 4 partes iguales y las unidades del eje y, se dividen en 2 partes iguales, para el punto a. en los puntos b y c se procede en forma similar. Así.

5. Orden

Dados dos números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ se puede hacer una y solo una de las siguientes afirmaciones.

1. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Si y sólo si ad=b c. dos números iguales o equivalentes si su producto en cruz es igual. Estos números corresponden a un mismo punto sobre la recta numérica.

2. $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ si y sólo si ad > bc. En la recta numérica $\frac{a}{b}$ está a la derecha de $\frac{c}{d}$.

3. $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si y sólo si ad < bc. En la recta numérica $\frac{a}{b}$ está a la izquierda de $\frac{c}{d}$.

Órden de los números racionales

Para ordenar con facilidad números racionales, resulta muy práctico hallar fracciones equivalentes a ellos (escritas con el mismo denominador). Para tal fin se procede de la siguiente manera.

1. Se halla el mínimo común múltiplo (mcm) de los denominadores de los racionales dados para ordenar.
2. Se escriben las fracciones equivalentes correspondientes.
3. Se comparan los numeradores de las fracciones halladas y se ordenan de acuerdo con ellos de mayor a menor o viceversa.

Aprendizaje activo

Ejemplos

1. Relacionar cada par de fracciones con los signos =, > o < según corresponda.

$-\frac{4}{9}, -\frac{5}{8}$

Se efectúa el producto en cruz -4.8> 9 (-5).

Pues -32 > -45

$-\frac{4}{9} > -\frac{5}{8}$

2. Ordenar de mayor a menor los siguientes números racionales.

$\frac{3}{2}, -\frac{7}{6}, \frac{9}{5}, -\frac{8}{3}$

Se halla el mcm (2, 6, 5, 3)= 30. Se amplifica.

$\frac{45}{30}, \frac{-35}{30}, \frac{54}{30}, \frac{-80}{30}$ Se ordenan $\frac{54}{30} > \frac{45}{30} > \frac{-35}{30} > \frac{-80}{30}$

Luego $\frac{9}{5} > \frac{3}{2} > -\frac{7}{6} > -\frac{8}{3}$

Práctica 22

1. Relaciona cada para de fracciones con los signos =, > o < según corresponda.

a. $\frac{2}{3}, \frac{2}{5}$ **d.** $-\frac{7}{9}, -\frac{63}{81}$ g. $\frac{4}{17}, \frac{9}{31}$ **j.** $-\frac{9}{7}, -\frac{11}{6}$

b. $\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ **e.** $-\frac{4}{7}, -\frac{4}{15}$ h. $-\frac{8}{25}, -\frac{4}{17}$ **k.** $\frac{5}{8}, \frac{10}{16}$

c. $-\frac{5}{4}, \frac{7}{8}$ **f.** $-\frac{8}{11}, -\frac{9}{13}$ i. $\frac{4}{4}, -\frac{7}{5}$ **l.** $-\frac{17}{11}, -\frac{85}{55}$

2. Ordena de menor a mayor los siguientes números racionales.

a. $\frac{4}{5}, -\frac{2}{3}, \frac{7}{2}, -\frac{9}{10}$ c. $-\frac{1}{3}, -\frac{7}{4}, -\frac{9}{2}, -\frac{11}{6}$

b. $-\frac{7}{12}, -\frac{9}{4}, -\frac{13}{5}, -\frac{11}{2}$ d. $\frac{5}{2}, -\frac{7}{3}, \frac{4}{9}, -\frac{5}{6}$

3. Ordena en forma descendente los siguientes racionales.

a. $\frac{5}{3}, -\frac{5}{2}, \frac{5}{8}, -\frac{5}{12}$ e. $\frac{7}{4}, \frac{19}{12}, \frac{13}{9}, \frac{22}{23}$

b. $-\frac{12}{5}, \frac{17}{9}, \frac{28}{15}, -\frac{16}{3}$

c. $-\frac{3}{4}, \frac{5}{2}, -\frac{3}{8}, \frac{11}{6}$

d. $\frac{7}{6}, -\frac{7}{2}, \frac{9}{4}, \frac{15}{8}$

f. $-\frac{11}{8}, -\frac{17}{4}, -\frac{23}{2}, -\frac{31}{16}$

g. $\frac{7}{10}, -\frac{8}{5}, -\frac{3}{2}, -\frac{7}{3}$

h. $-\frac{9}{20}, -\frac{7}{4}, -\frac{9}{5}, -\frac{21}{2}$

6. Adicción

Se presentan dos casos en la suma de números racionales.

Caso 1. Suma de fracciones del mismo denominador. Se suman los numeradores (teniendo en cuenta su signo) y el resultado se escribe con el mismo denominador. Si la fracción resultante no es un número racional ésta se debe simplificar hasta obtener el racional correspondiente.

*Caso 2. Suma de fracciones con distinto denominador***.** En este caso se procede así:

a. Se halla un denominador común a todas las fracciones (mcm de los denominadores).

b. Se hallan las fracciones equivalentes con el denominador común.

c. Se procede luego como en el primer caso. Por ejemplo:

$\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ mcm (2,3) = 6

$$\frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$$

Para hacer la suma de los numeradores de las fracciones se debe recordar que:

1. Para sumar números del mismo signo, se suman los valores absolutos y se antepone el signo correspondiente. -3 + (-5) = -8

2. Para sumar números de diferente signo se restan sus valores absolutos y el resultado queda con el signo que tenga el número de mayor valor absoluto:
3 + (-8) = 3 – 8 = -5

Aprendizaje activo: (Activa el software FRACCION.EXE y realiza los ej.)

Ejemplos.

1. Sumar $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{7}{5}\right)$ — *Caso 1. Entonces*

$=\dfrac{-+3+7}{5}=\dfrac{4}{5}$ — *se resuelven operaciones en el numerador*

2. Sumar $\left(-\frac{5}{4}\right)+\left(-\frac{7}{6}\right)$ — *caso 2. Entonces mcm (4,6) =12*

$=\left(-\frac{15}{12}\right)+\left(-\frac{14}{12}\right)$ — *Se hallan fracciones equivalentes. Resulta muy cómodo escribir un solo denominador común.*

$=\dfrac{(-15)+(-14)}{12}=\dfrac{-29}{12}$ — *Se resuelven operaciones en el numerador.*

3. Sumar $\left(\frac{8}{9}\right)+\left(-\frac{2}{15}\right)+\left(-\frac{7}{3}\right)$ — *Caso 3. Entonces mcm (9,15, 3) =45*

$=\dfrac{40+(-6)+(-105)}{45}$ — *Se hallan fracciones equivalentes, sobre un común denominador.*

$=\dfrac{-71}{45}$ — *Se resuelven operaciones en el numerador.*

Práctica 23:

1. Suma las siguientes fracciones.

a. $\frac{3}{4}+\frac{11}{4}$ **d.** $\frac{3}{7}+\frac{11}{21}$ **g.** $\left(-\frac{14}{9}\right)+\frac{5}{12}$

b. $\frac{5}{3}+\left(-\frac{4}{3}\right)$ **e.** $\frac{7}{2}+\left(-\frac{5}{6}\right)$ **h.** $\left(-\frac{8}{4}\right)+\left(-\frac{9}{5}\right)$

c. $\left(-\frac{7}{6}\right)+\left(-\frac{11}{6}\right)$ **f.** $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{9}{5}\right)$ **i.** $\left(-\frac{9}{14}\right)+\left(-\frac{6}{21}\right)$

2. Realiza las siguientes sumas con más de dos sumandos.

a. $\frac{3}{7}+\frac{5}{7}+\frac{6}{7}$

b. $\frac{3}{5}+\left(-\frac{2}{5}\right)+\frac{4}{5}$

c. $\frac{9}{4}+\frac{5}{4}+\left(-\frac{7}{4}\right)$

d. $-\frac{2}{9}+\left(-\frac{4}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)$

e. $\frac{7}{9}+\frac{5}{18}+\frac{2}{3}$

f. $-\frac{1}{7}+\frac{3}{4}+\frac{5}{14}$

g. $\frac{2}{9}+\left(-\frac{1}{12}\right)+\frac{5}{18}$

h. $-\frac{3}{13}+\left(-\frac{15}{26}\right)+\frac{17}{65}$

7. Sustracción

La sustracción de los números racionales equivale a la adición del minuendo y el opuesto del sustraendo, sin embargo, con el fin de facilitar el cálculo de la deferencia (resultado de la sustracción o resta) se siguen los pasos expuestos a continuación.

1. Se simplifican los signos según las reglas estudiadas en el numeral 1.8 de la página 17, con el fin de suprimir el paréntesis y dobles signos.
2. En caso de que las fracciones tengan distinto denominador, se halla un común denominador (el mcm de los denominadores) y las fracciones equivalentes correspondientes.
3. Se efectúan las operaciones que resultan en el numerador.
4. Se simplifica el resultado en cada caso de que sea posible, hasta obtener el racional correspondiente.

Aprendizaje activo (Activa el software:FRACCION.EXE y realiza los ej.)

Ejemplos.

1. Resolver $\left(\frac{1}{6}\right)-\left(\frac{5}{6}\right)$

$=\frac{1}{6}-\frac{5}{6}$ *Se simplifican signos. Paso 1.*

$=\frac{1-5}{6}$ *Se escriben las fracciones con común denominador. Paso 2.*

$=\frac{-4}{6}=\frac{-2}{3}$ *Se resuelven las operaciones del numerador. Paso 3.*

2. $\left(-\frac{3}{8}\right)-\left(-\frac{7}{6}\right)$ *Se trata de fracciones de diferente denominador.*

$= -\frac{3}{8}+\frac{7}{6}$ *Se simplifican signos y se eliminan paréntesis. Paso 1.*

$= \frac{-9+28}{24} = \frac{19}{24}$ *Se halla el denominador común, mcm (8,6) = 24 y las fracciones equivalentes. Paso 2.*

El resultado es un número racional porque numerador y denominador no tiene factores comunes. Por lo que en este caso no se hace posible la simplificación.

Práctica 24

Halla la diferencia entre las siguientes fracciones.

a. $\frac{6}{5}-\frac{9}{5}$ **d.** $\left(\frac{5}{6}\right)-\frac{7}{9}$ **g.** $\frac{5}{12}-\left(-\frac{9}{8}\right)$

b. $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{7}{4}\right)$ **e.** $\left(\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$ **h.** $\frac{5}{9}-\left(-\frac{11}{27}\right)$

c. $\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)$ **f.** $\left(\frac{7}{8}\right)-\left(\frac{11}{6}\right)$ **i.** $\left(-\frac{4}{5}\right)-\left(\frac{7}{3}\right)$

INTEGRACIÓN COGNITIVA: *Relaciones y operaciones en el conjunto de los números racionales.*

1. *Escribe el número racional que representa a cada uno de los siguientes de los grupos de fracciones.*

a. $-\frac{6}{10}, \frac{-15}{25}, \frac{21}{-35}, -\frac{12}{20}$

b. $\frac{27}{6}, \frac{-45}{-10}, \frac{54}{12}, \frac{-18}{4}$

c. $-\frac{15}{5}, \frac{21}{-7}, -\frac{27}{9}, \frac{36}{-12}$

d. $\frac{-9}{-21}, \frac{15}{35}, -\frac{6}{14}, \frac{-21}{-49}$

2. *Halla el término que falta para que las fraccion es resulten equivalentes.*

a. $\frac{3}{5} = \frac{\square}{60}$

b. $-\frac{3}{7} = \frac{18}{\square}$

c. $\frac{4}{3} = \frac{-36}{\square}$

d. $-\frac{5}{7} = \frac{\square}{60}$

e. $\frac{9}{5} = \frac{\square}{-55}$

f. $-\frac{11}{3} = \frac{\square}{27}$

8. Multiplicación

Para multiplicar números racionales se multiplican sus numeradores entre si y sus denominadores entre si. Así: si $\frac{a}{b} y \ \frac{c}{d} \in Q \ con \ b \ \neq 0, d \ \neq 0$ entonces

$\frac{a}{b} . \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ Por ejemplo $\frac{5}{2} . \frac{7}{3} = \frac{35}{6}$

La ley de los signos para multiplicar números racionales es la misma ley que se sigue para multiplicar números enteros. Así:

1. El producto de dos racionales es igual al signo es positivo.
   (+) . (+) = +
   (-) . (-) = +

2. El producto de dos racionales con distinto signo es negativo.
   (+) . (-) = -
   (-) . (+) = -

Resulta muy práctico simplificar las fracciones antes de multiplicarlas. Esta simplificación se puede realizar ya sea en forma vertical o en forma diagonal; lo importante es que cada vez que se simplifique el numerador con un denominador, sin que ellos tengan que ser necesariamente de la misma fracción. Por ejemplo:

$$\frac{4}{9} . \frac{15}{14} = \frac{\cancel{4} \ . \ \cancel{15}}{\cancel{9} \ . \ \cancel{14}} = \frac{2 \ . \ 5}{3 \ . \ 7} = \frac{10}{21}$$

Aprendizaje activo (Activa el software:FRACCION.EXE y realiza los ej.)

Ejemplos

1. $\left(\frac{3}{5}\right).\left(\frac{2}{7}\right)$ *Las fracciones son positivas. Por lo tanto el producto es positivo. No hay simplificaciones que se puedan hacer*

$\frac{3\ .\ 2}{5\ .\ 7}$ *Se multiplican numeradores y denominadores entre si.*

$\frac{6}{35}$ *Se efectúan los productos correspondientes.*

2. $\left(-\frac{7}{12}\right).\left(\frac{8}{21}\right)$ *Las fracciones tienen diferente signo, por lo tanto el producto es negativo.*

$\frac{1\ .\ 2}{3\ .\ 3}$ *Se simplifica 7 con 21 (en diagonal) y 8 con 12 (en diagonal)*

$\frac{2}{9}$ *Se efectúan los productos correspondientes.*

3. $\left(\frac{15}{8}\right).\left(-\frac{14}{9}\right).\left(-\frac{10}{21}\right)$

Es un producto de tres factores. Primero se multiplican los signos de los números dados que son +, -, -, el producto (+) (-) (-) es positivo así.

$=\frac{15\ .\ 14\ .\ 10}{8\ .\ 9\ .\ 21}$ *Se simplifican por 3 a 15 y a 9 (en diagonal); por 7 a 14 y a 21 (en diagonal) y por 2 a 8 y a 10*

$=\frac{5\ .\ 2\ .\ 5}{4\ .\ 3\ .\ 3}$ *Se simplifican nuevamente por 2 a 2 (en el numero) y a 4 en el denominador, se obtiene.*

$=\frac{5\ .\ 5}{2\ .\ 3\ .\ 3}=\frac{25}{18}$ *Se realizan los productos que quedan indicados.*

Práctica 25

1. Resuelve los siguientes productos.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{7}\right)$ **d.** $\left(\frac{7}{6}\right)\left(-\frac{4}{21}\right)$ **g.** $\left(-\frac{15}{22}\right)\left(\frac{11}{5}\right)$

b. $\left(\frac{4}{3}\right)\left(-\frac{5}{9}\right)$ **e.** $\left(-\frac{4}{39}\right)\left(\frac{13}{10}\right)$ **h.** $\left(-\frac{12}{14}\right)\left(\frac{7}{3}\right)$

c. $\left(-\frac{9}{7}\right)\left(-\frac{12}{5}\right)$ **f.** $\left(-\frac{8}{15}\right)\left(-\frac{27}{8}\right)$ **i.** $\left(-\frac{9}{10}\right)\left(-\frac{8}{15}\right)$

2. Resuelvo los siguientes productos con más de dos factores.

a. $\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right)$ **d.** $\left(-\frac{10}{9}\right)\left(\frac{15}{8}\right)\left(-\frac{16}{3}\right)$

b. $\left(\frac{10}{21}\right)\left(\frac{28}{15}\right)\left(\frac{6}{5}\right)$ **e.** $\left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(-\frac{12}{5}\right)$

c. $\left(-\frac{7}{4}\right)\left(\frac{2}{14}\right)\left(\frac{3}{2}\right)$ **f.** $\left(-\frac{4}{9}\right)\left(-\frac{27}{16}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)$

9. División

Recíproco o inverso multiplicativo de un número racional.

Para cada número racional no nulo existe otro (su inverso) de tal manera que el producto de los dos es uno. Esto es, para todo $\frac{a}{b} \in Q, a \neq o\ b \neq,$ existe $\frac{b}{a}$ tal que $\frac{a}{b} . \frac{b}{a} = 1$

$\frac{b}{a}$ es el recíproco o inverso multiplicativo de $\frac{a}{b}$

Por ejemplo $\frac{5}{4} . \frac{4}{5} = 1$

Para hallar el inverso de un número racional o fracción basta con cambiar el denominador por el numerador y viceversa. Dividir dos números racionales equivale a multiplicar el dividendo por el recíproco o inverso multiplicativo del divisor. Por ejemplo

$$\frac{3}{4} \div \frac{9}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$$

Por esta razón la ley de los signos se sigue para dividir números racionales, equivale a la ley de los signos que se aplica en la multiplicación. De esta forma el cociente de signos iguales es positivo y el cociente de signos diferentes es negativo.

Aprendizaje activo (Activa el software:FRACCION.EXE y realiza los Ejercicios)

Ejemplos

1. Hallar el recíproco o inverso multiplicativo de cada una de las siguientes fracciones.

Se transforma

a. $-\frac{3}{5}$ *Se intercambia numerador con denominador y se obtiene el inverso. Este es* $-\frac{5}{3}$

b. $\frac{1}{3}$ *Se intercambia numerador con denominador y se obtiene el inverso multiplicativo. Este es 3.*

2. Realizar las siguientes divisiones.

a. $\frac{7}{5} \div -\frac{2}{3}$

$$= \frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{21}{10}$$

Se transforma la división en la multiplicación del dividendo por el inverso del divisor.

b. $\frac{9}{10} \div -\frac{3}{2} \div \left(-\frac{1}{5}\right)$

Las divisiones encadenadas se deben realizar en el orden en que aparecen, cuando no hay signos de agrupación que indiquen otro orden para efectuarlas. Por lo tanto.

$$= \frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{5}{1}\right)$$

Se transforman las divisiones en multiplicaciones del dividendo por el inverso de cada divisor.

$$= -\frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1}$$

Se multiplican numeradores y denominadores entre sí.

$-\frac{90}{30}$ *Se multiplican y se resuelven productos en el numerador y denominador.*

Se denominan fracciones complejas aquellas cuyos numeradores y denominadores contienen a su vez fracciones. Por ejemplo:

$$\frac{\frac{3}{5}+\frac{1}{2}}{\frac{7}{2}+\frac{1}{4}}$$

Para simplificar fracciones complejas se procede de la siguiente manera:

1. Se efectúan las operaciones indicadas en el numerador y en denominador hasta obtener un número racional por cada uno de ellos.
2. Se realiza el producto de los extremos sobre el producto de los medios, en su defecto, se divide el resultado obtenido en el numerador entre el resultado obtenido en el denominador.

Aprendizaje activo

Ejemplo

Simplificar las siguientes fracciones complejas.

a. $\frac{\frac{5}{6}-\frac{8}{3}}{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}} = \frac{\frac{5-16}{6}}{\frac{2+3}{4}}$ *Se resuelven las operaciones en el numerador y en denominador.*

$\frac{-\frac{11}{6}}{\frac{5}{4}} = \frac{(-11)(4)}{6 .5}$ *Se multiplican extremos y medios*

$$= -\frac{44}{30} = -\frac{22}{15}$$ *Se simplifican*

b. $1-\dfrac{2+\frac{3}{2}}{\frac{4+5}{4}}$ *Se comienza a resolver por la parte inferior. Así.*

$$1-\frac{2+\frac{3}{2}}{\frac{9}{4}} = 1-\frac{2+\frac{3}{8}}{\underline{9}}$$ *Se aplica producto de extremos y producto de medios.*

$$\frac{2+\frac{3}{9-8}}{\underline{9}} = \frac{2+\frac{3}{1}}{\underline{9}} = \frac{2+\frac{27}{1}}{} = 29$$

Práctica 27

Simplifica las siguientes fracciones:

a. $\dfrac{\frac{7}{8}-\frac{5}{6}+\frac{4}{9}}{\frac{9}{2}-\frac{7}{4}+\frac{8}{3}}$

b. $\dfrac{\frac{5}{2}-\frac{2}{4}+\frac{1}{6}}{\frac{3}{5}+\frac{2}{7}-3}$

c. $\dfrac{1+\frac{2}{3}-\frac{10}{3}}{6-\frac{4}{5}+\frac{1}{2}}$

d. $\dfrac{\frac{5}{6}-3+\frac{2}{3}}{\frac{1}{5}\cdot\frac{5}{2}+1}$

e. $\dfrac{\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{6}+1}{\frac{5}{3}+\frac{3}{5}+2}$

f. $\dfrac{\frac{2}{7}\cdot\frac{14}{5}+3}{3-\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}}$

g. $\dfrac{3+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{7}}{1-\frac{10}{3}\cdot\frac{3}{2}}$

h. $\dfrac{-\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\cdot 2}{-\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{3}+\frac{1}{2}}$

i. $\dfrac{-10-\frac{1}{4}}{-10\cdot\frac{7}{5}-3}$

10. Potenciación

La expresión

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$ Se denomina potencia con base $\frac{a}{b}$ y exponente n.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \ldots \ldots \frac{a}{b}$$

Propiedades de la potenciación en los radicales.

1. $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$

2. $\frac{1}{a} = a^{-1}, a \neq 0$

3. $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ con n negativo es igual a $\left(\frac{b}{a}\right)^n$ con n positivo.

4. $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \left(\frac{c}{d}\right)^n$

5. $\left(\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n \div \left(\frac{c}{d}\right)^n$

Manejo de signos en la potenciación de racionales.

Se presentan dos casos:

1. Si $\frac{a}{b}$ es positivo, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ siempre es positivo.

2. Si $\frac{a}{b}$ es negativo:

   a. Si n es par $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ es positivo.

   b. Si n es impar $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ es negativo.

Aprendizaje activo **(Activa el software: FRACCION.EXE y realiza los Ejercicios)**

Ejemplo

Simplificar las expresiones dadas y dejar la respuesta con exponentes positivos.

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 . \left(\frac{3}{4}\right)^3$

Se aplica la propiedad 4.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2+3} = \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{3\ .\ 3\ .\ 3\ .\ 3\ .\ 3}{4\ .\ 4\ .\ 4\ .\ 4.\ 4}$$

b. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \quad \left(\frac{9}{10}\right)^2$

Se aplica la propiedad 3.

$$\left(\frac{5}{3}\right)^3 . \left(\frac{9}{10}\right)^2 = \frac{5^3}{3^3} . \frac{9^2}{10^2} = \frac{5^3}{3^3} . \frac{(3\ .3)^2}{(5\ .2)^2}$$

$$\frac{5^3}{3^3} . \frac{3^2\ .\ 3^2}{5^2\ .\ 2^2} = \frac{5\ .\ 3}{2^2} = \frac{15}{4}$$

Práctica 28

1. Halla las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{6}{5}\right)^2$ **d.** $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ **g.** $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ **j.** $\left(-\frac{5}{4}\right)^{-1}$

b. $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ **e.** $\left(-\frac{2}{5}\right)^2$ **h.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ **k.** $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ **f.** $\left(\frac{3}{5}\right)^3$ **i.** $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-3}$ **l.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$

2. Simplifica las siguientes expresiones aplicando la ley de signos y las propiedades necesarias. Expresa el resultado en forma de potencia indicada, bases y exponentes positivos.

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^{9}$	**d.** $\left(\frac{9}{5}\right)^{-7}$	**g.** $\left(-\frac{3}{7}\right)^{-8}$	**j.** $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-8}$
b. $\left(\frac{5}{7}\right)^{8}$	**e.** $\left(-\frac{7}{3}\right)^{4}$	**h.** $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-9}$	**k.** $(-9)^{-11}$
c. $\left(-\frac{3}{4}\right)^{10}$	**f.** $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-5}$	**i.** $(-5)^{-6}$	**l.** $\left(-\frac{3}{4}\right)^{15}$

3. Realiza las operaciones indicadas y escribe el resultado con bases y exponentes positivos.

a. $\left(\frac{5}{8}\right)^{9} . \left(\frac{3}{4}\right)^{3}$	**d.** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{3}\right)^{2}$	**g.** $\left(\frac{2}{5}\right)^{3} \div \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$
b. $\left(\frac{7}{4}\right)^{6} \div \left(\frac{7}{4}\right)^{-2}$	**e.** $\left(\frac{3}{4}\right)^{2} . \left(\frac{4}{3}\right)^{-5}$	**h.** $\left(\frac{3}{7}\right)^{-3} \div \left(\frac{7}{3}\right)^{3}$
c. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} . \left(\frac{3}{4}\right)^{0}$	**f.** $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2} . \left(-\frac{6}{5}\right)^{2}$	**i.** $\left(-\frac{9}{7}\right)^{-2} . \left(\frac{9}{7}\right)^{4}$

11. Radicación

El concepto de radicación de números enteros estudiado en el capítulo correspondiente sigue siendo válido en el conjunto de los números racionales. Así:

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{p}{q} \text{ si y solamente si } \left(\frac{p}{q}\right)^{n} = \frac{a}{b}$$

La ley de los signos para la radicación de números racionales es la misma ley estudiada en la radicación de números enteros (numeral 1. 13 de la página 23). Así.

1. $\sqrt[impar]{+} = +$
2. $\sqrt[impar]{-} = -$
3. $\sqrt[par]{+} = \pm$
4. $\sqrt[par]{-} = no\ tiene\ solución$

Para hallar la raíz n-ésima de un racional se procede así:

1. Se aplica la ley de signos.

2. Se halla la raíz del numerador y ella será el numerador de la fracción resultante.

3. Se halla la raíz del denominador y ella será el denominador de la raíz resultante. Es decir,

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Por ejemplo $\frac{32}{343} = \frac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{343}} = \frac{2}{3}$

Aprendizaje activo **(Activa el software: FRACCION.EXE y realiza los Ejercicios)**

Ejemplo

Hallar, si es posible, las raíces indicadas de cada uno de los siguientes números racionales.

a. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

Es una raíz impar de continuidad subradical positiva. Por lo tanto es positiva. La ley de los signos caso 1. Así,

$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$

Se aplican las reglas para hallar la raíz de un número racional.

b. $\sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \pm\frac{1}{4}$

Es una raíz par de cantidad subradical positiva por lo tanto tiene doble raíz. La ley de los signos caso 3 así.

c. $\sqrt{-\frac{9}{4}}$

Es una raíz par de cantidad subradical negativa, por lo tanto no existe en Q

d. $\sqrt[5]{\frac{2}{3}}$

No es posible hallar la raíz pues no existe un número racional tal que elevado a la quinta potencia sea $\frac{2}{3}$

e. $\sqrt[3]{\left(\frac{27}{64}\right)^{-1}} = \sqrt[3]{\frac{64}{27}}$

Potencia negativa de un racional

f. $\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{4}{3}$

En este caso se trabaja primero la potencia de la cantidad subradical y luego continúa el proceso normal. Así.

a. $\sqrt{\frac{81}{25}}$

b. $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$

c. $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$

d. $\sqrt[4]{-\frac{1}{81}}$

e. $\sqrt[4]{\frac{625}{81}}$

f. $\sqrt[3]{\frac{1}{100}}$

g. $\sqrt{\frac{5}{2}}$

h. $\sqrt{(-4)^2}$

i. $\sqrt[5]{(2)^{-5}}$

j. $\sqrt[3]{\left(-\frac{5}{6}\right)^{-3}}$

k. $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^4}$

l. $\sqrt[4]{\frac{81}{10.000}}$

m. $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

n. $\sqrt[5]{-\frac{32}{343}}$

o. $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$

p. $\sqrt[6]{-\frac{1}{64}}$

BIBLIOGRAFIA

1. Enciclopedia didáctica de matemáticas. Editorial Océano.

2. Enciclopedia Microsoft Encarta 1998.

3. Matemática Hoy 7º basico. Editoria Santillana.

4. Fernando Corvalán."Las matemáticas aplicadas a la vida cotidiana".

5. Ponce, Héctor, "Las fracciones en la escuela, un camino con obstáculos", en Enseñar y aprender Matemática, Novedades Educativas, Bs.As. 1998.

6. Ponce, Héctor, "Fracciones: significados, relaciones y propiedades", en Enseñar y aprender Matemática, Novedades Educativas, Bs.As. 1998

7. Matemática, Fracciones y números decimales para 6° grado. Apuntes para la enseñanza dirigido por Cecilia Parra. Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007, Secretaría de Educación, Bs. As., 2005.

8. Matemática, Fracciones y números decimales para 5° grado. Apuntes para la enseñanza dirigido por Cecilia Parra. Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007, Secretaría de Educación, Bs. As., 2005.

9 Matemática, Fracciones y números decimales para 4° grado. Apuntes para la enseñanza dirigido por Cecilia Parra. Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007, Secretaría de Educación, Bs. As., 2005.

10 Matemática, Cálculo mental con números racionales. Apuntes para la enseñanza dirigido por Susana Wolman. Plan Plurianual para el mejoramiento de la enseñanza 2004-2007, Secretaría de Educación, Bs. As., 2006.

Bibliografía Complementaria:

11. Broitman Claudia y otros, "Matemática n° 4, Números racionales y Geometría, algunas propuestas para alumnos de 6° año", Dirección Provincial de Educación Primaria, Dirección de Gestión Curricular, 2007.

12. "Matemática" (1997), documento de trabajo nº 4, Actualización Curricular para EGB, Marco General. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Secretaria de Educación.

Dirección de Currícula. Disponible en línea en:

http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/docum/matematica.php

http://wmatem.eis.uva.es/~matpag/Basicas/Contenidos/Reales/reales.html#racionales

LINKS QUE PUEDES USAR EN LINEA PARA REFORZAR TUS CONOCIMIENTOS EN NUMEROS RACIONALES

1. www.sectormatematicas.cl/software.htm : *PROGR*AMA PEDAZZITO
2. www.abcdatos.com/programas/educativos/infantiles/matematicas.htm PROGRAMA FRACCIONES V1.0.0.0
3. www.archivospc.com/c/1075/p1/Matem%c3%A1ticas.php
4. PROGRAMA FRACCIONES 2.O

PUEDES INGRESAR A MI BLOG

http://fannydiaz.blogspot.es/

ANEXOS

ALGORITMO EN LENGUAJE C DE LAS OPERACIONES DE LOS NUMEROS RACIONALES

```
#include <stdlib.h>
#include <iostream.h>
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>
#include <time.h>
#include <math.h>
#define DELAY_TIME  100  /* in milliseconds */
/*using namespace std; */

void leerque(int &num,int &den);
int mcd(int a, int b);
void reducirque(int &num, int &den);
void sumarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1,int &num2,int
&den2);
void restarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1,int &num2,int
&den2);
void multiplicarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1,int
&num2,int &den2);
void dividirque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1,int &num2,int
&den2);
void potenciarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1);
void radicarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1);
void escribirque(int num,int desn);

int mcd(int a,int b)
{
        int r;
        while (b!=0)
        {
              r=(a%b);
              a=b;
              b=r;
        }
        return a;
}


void leerque(int &num,int &den)
{
    /* Declaración de variables */

    char l;

    /* Entrada de datos */

      cin>>num>>l>>den;

}

void escribirque(int num,int den)
```

```
{
     /*Salida de resultados*/

     if (num%den==0)
     {
        if (num==0)
           cout<<"0";
        else
            cout<<num/den;
     }
     else
     cout<<num<<"/"<<den;
}

void sumarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1,int &num2,int
&den2)
{
     /*Procedimiento*/

     gotoxy(6,6); cout<<"Introduzca el primer operando:";
     leerque(num1,den1);
     gotoxy(6,10); cout<<"Introduzca el segundo operando:";
     leerque(num2,den2);

     nums=num1*den2+num2*den1;
     dens=den1*den2;
}

void restarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1,int &num2,int
&den2)
{
     /*Procedimiento*/

     gotoxy(6,6);cout<<"Introduzca el primer operando:";
     leerque(num1,den1);
     gotoxy(6,10);cout<<"Introduzca el segundo operando:";
     leerque(num2,den2);

     nums=num1*den2-num2*den1;
     dens=den1*den2;
}

void multiplicarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1,int
&num2,int &den2)
{
     /*Procedimiento*/

     gotoxy(6,6);cout<<"Introduzca el primer operando:";
     leerque(num1,den1);
     gotoxy(6,10);cout<<"Introduzca el segundo operando:";
     leerque(num2,den2);

     nums=num1*num2;
     dens=den1*den2;
}
```

```
void dividirque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1,int &num2,int
&den2)
{
     /*Procedimiento*/

     gotoxy(6,6);cout<<"Introduzca el primer operando:";
     leerque(num1,den1);
     gotoxy(6,10);cout<<"Introduzca el segundo operando:";
     leerque(num2,den2);

     nums=num1*den2;
     dens=num2*den1;
}

void potenciarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1)
{
     /*Procedimiento*/
     int pot;
     gotoxy(6,6);cout<<"Introduzca el primer operando:";
     leerque(num1,den1);
     cout<<"Introduzca la potencia:";
     cin>>pot;

     nums=pow(num1,pot);
     dens=pow(den1,pot);
}

void radicarque(int &nums,int &dens, int &num1,int &den1)
{
     /*Procedimiento*/
     int rad;
     gotoxy(6,6);cout<<"Introduzca el  operando:";
     leerque(num1,den1);

     nums=sqrt(num1);
     dens=sqrt(den1);
}
void reducirque(int &num,int &den)
{
     int aux;

     aux=den;
     den=den/mcd(num,den);
     num=num/mcd(num,aux);
}



void marco(void)
{
 int i,x,y,color;
 x=0;y=0;
 for(i=0;i<78;i++)
  {
   gotoxy(i,y);
   printf("#");
```

```
  }
  x=0;y=47;
 for(i=0;i<78;i++)
  {
   gotoxy(i,y);
   printf("#");

  }
  x=1;y=0;
 for(i=0;i<47;i++)
  {
   gotoxy(x,i);
   printf("#");

  }
  x=79;y=1;
 for(i=1;i<=47;i++)
  {
   gotoxy(x,i);
   printf("#");

  }
}
void main(void)
{
    int num1,den1;
    int num2,den2;
    int dens,nums;
    int pot;
    int x,y;
    int opc,opc1;
    time_t t;
    struct date d;

getdate(&d);
printf(" %d\n", d.da_year);
printf(" %d\n", d.da_day);
printf(" %d\n", d.da_mon);

  //gotoxy(x,y);
         do{

       marco();
       gotoxy(10,2); printf(" R E P U B L I C A  D E  C O L O M B I A ");
       gotoxy(8,3); printf(" D E P A R T A M E N T O  D E  L A G U A J I
R A ");
       gotoxy(2,10); printf(" I N S T I T U C I O N  E D U C A T I V A  A
L M I R A N T E  P A D I L L A");
       gotoxy(6,13); printf(" O P E R A C I O N E S  C O N  N U M E R O S
R A C I O N A L E S ");
       gotoxy(6,15); printf(" P O R: l i c:  F A N N Y  L E O N O R  D I
A Z  A R R E D O N D O ");
       gotoxy(6,16); printf(" E S P.  EN  C O M P U T A C I O N  P A R A
L A  D O C E N C I A ");

       gotoxy(12,19); printf(" R I O H A C H A, L A  G U A J I R A ");
       gotoxy(12,20); printf(" S E P T I E M B R E  D E 2 0 1 0 ");
```

```
        gotoxy(15,25); printf("   Oprima 0 para continuar_ ");

        opc1=getchar();
        switch(opc1)
          {
            case'1':clrscr();

                  break;


           default:break;
          }
       }while(opc1!='0');

   do{
        clrscr();
        marco();

        gotoxy(10,2); printf(" LIC. FANNY LEONOR DIAZ ARREDONDO ");
        gotoxy(10,3); printf(" ESP. COMPUTACION PARA LA DOCENCIA U.A.N.
");
        gotoxy(70,2);printf("a¤o %d ", d.da_year);
        gotoxy(70,3);printf("dia %d    ", d.da_day);
        gotoxy(70,4);printf("mes %d    ", d.da_mon);

        gotoxy(15,6); printf("  M E N U   DE NUMEROS RACIONALES ");

        gotoxy(15,9);  printf(" 1. SUMA ");
        gotoxy(15,11); printf(" 2. RESTA  ");
        gotoxy(15,13); printf(" 3. MULTIPLICACION  ");
        gotoxy(15,15); printf(" 4. DIVISION  ");
        gotoxy(15,17); printf(" 5. POTENCIACION  ");
        gotoxy(15,19); printf(" 6. RADICACION  ");
        gotoxy(15,21); printf(" 0. SALIR  ");

        gotoxy(15,25); printf("    Elija una opcion ¯ ");

       opc=getchar();
       //float rango=0;  // si el rango de valores de x sobre pasa los
320 graficar en el
                    //  plano mas grande un solo cuadrante.
       switch(opc)
          {
            case'1':clrscr();
                  marco();
                  sumarque(nums,dens,num1,den1,num2,den2);
                  gotoxy(7,14);cout<<"LA RESPUESTA ES :";
                  gotoxy(7,16);
                      escribirque(num1,den1);
                  gotoxy(11,16);cout<<"+ ";
                      escribirque(num2,den2);
                  cout<<" = ";
                      reducirque(nums,dens);
                      escribirque(nums,dens);
                  cout<<endl;
                      getche();
```

```
      break;

case'2':clrscr();
      marco();
      restarque(nums,dens,num1,den1,num2,den2);
      gotoxy(7,14);cout<<"LA RESPUESTA ES :";
      gotoxy(7,16);
      escribirque(num1,den1);
      gotoxy(11,16);cout<<" - ";
          escribirque(num2,den2);
          cout<<" = ";
          reducirque(nums,dens);
      escribirque(nums,dens);
      cout<<endl;
      getche();

      break;

case'3':clrscr();
      marco();
      multiplicarque(nums,dens,num1,den1,num2,den2);
      gotoxy(7,14);cout<<"LA RESPUESTA ES :";
      gotoxy(7,16);
      escribirque(num1,den1);
      gotoxy(11,16);cout<<" * ";
          escribirque(num2,den2);
          cout<<" = ";
          reducirque(nums,dens);
          escribirque(nums,dens);
      cout<<endl;
      getche();

      break;

case'4':clrscr();
      marco();
      dividirque(nums,dens,num1,den1,num2,den2);
      gotoxy(7,14);cout<<"LA RESPUESTA ES :";
      gotoxy(7,16);
          escribirque(num1,den1);
      gotoxy(11,16);cout<<" : ";
          escribirque(num2,den2);
          cout<<" = ";
          reducirque(nums,dens);
          escribirque(nums,dens);
      cout<<endl;
      getche();

      break;



case'5':clrscr();
      marco();
      potenciarque(nums,dens,num1,den1);
      gotoxy(7,14);cout<<"LA RESPUESTA ES :";
      gotoxy(7,16);
```

```
                escribirque(num1,den1);
                gotoxy(11,16);cout<<" = ";
                escribirque(nums,dens);
                cout<<endl;
                getche();

               break;

          case'6':clrscr();
                marco();
                radicarque(nums,dens,num1,den1);
                gotoxy(7,14);cout<<"LA RESPUESTA ES :";
                gotoxy(7,16);
                  escribirque(num1,den1);
                    cout<<" = ";
                    escribirque(nums,dens);
                cout<<endl;
                getche();

                break;

           case'7':

          default:clrscr();break;
        }
      }while(opc!='0');
}
```

ISBN 978-958-5534-01-8