TEXTO GUÍA

MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA FÍSICA

MECÁNICA

UNIVERSIDAD DE LA GUAJIRA | SHIKII EKIRAJIA PULEE WAJIIRA

PEDRO LEÓN TEJADA

Texto Guía

Modelos matemáticos para la física mecánica

TEXTO GUÍA

MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA FÍSICA MECÁNICA

Aplicaciones teórico-prácticas del aprendizaje problémico, las competencias básicas y los modelos matemáticos para la física mecánica.

Pedro Antonio León Tejada

UNIVERSIDAD DE LA GUAJIRA | SHIKII EKIRAJIA PULEE WAJIIRA

Facultad de Ingeniería
Riohacha – La Guajira

TEXTO GUÍA
MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA FÍSICA MECÁNICA

Primera edición, 2020

ISBN: 978-958-5178-51-9

Directivas académicas

Carlos Arturo Robles Julio
Rector

Hilda María Choles Almazo
Vicerrectora Académica

Víctor Pinedo Guerra
Vicerrector de Investigación y Extensión

Sulmira Patricia Medina
Directora de Investigaciones

Diagramación y Diseño portada:
Luz Mery Avendaño
luzmeave@yahoo.es

Impresión:
Editorial Gente Nueva
PBX: 320 21 88
Bogotá, D.C.

Depósito legal

Impreso en Colombia
Printed in Colombia

A Dios
A mi Familia
A las Directivas de Uniguajira
A los Docentes del Área de Física
A los estudiantes de Ingeriría en especial a:
Cindy Sprockel Almazo
Yonal Barros Benjumea
Andry Alfaro Gonzales
Daniel Prieto Noreña
Santiago Alvear Rocha
María Isabel Vergara
Adriana Castillo López
Teresa Barliza

Contenido

Índice de figuras

Índice de tablas

Presentación

> "La educación debe por tanto esforzarse al mismo tiempo que hacer al individuo consciente de sus raíces, a fin de que pueda disponer de puntos de referencia que le sirvan para ubicarse en el mundo, y por enseñarle a respetar las demás culturas."
>
> Jacques Delors

La educación en los tiempos de sociedades globalizadas hay que pensarla hacia el desarrollo de capacidades de pensar, sentir y actuar de los seres humanos, siempre apuntando a la formación de sujetos sociales, históricos y dialécticos. De ahí que investigadores en el campo pedagógico siempre han manifestado De acuerdo con Zuleta, Estanislao, (1995), menciona que la formación debe ser por el ideal de todo aquel que considere la educación como algo más que la producción de un experto para una demanda de trabajo calificado. La anterior afirmación tiene sentido en la medida que entendemos que nuestra sociedad necesita seres íntegros y no "monstruos con título", ya que sólo la formación en el saber da origen a este tipo de sujetos.

De acuerdo con lo anterior, es conveniente tener en cuenta, según lo plantea Joseph, Novak (1988), cinco elementos básicos en el proceso de formación de niños, niñas y jóvenes: profesor, aprendiz, conocimiento, evaluación y contexto, todos interactuando significativamente. Lo que quiere decir, establecer los registros de un conocimiento bien organizado en función de la construcción, de lo que Kant, E, (2003), denomina el hombre educado. Este individuo se caracteriza por ser: disciplinado, lo cual significa impedir que la animalidad se extienda a la humanidad, también se entiende como la manera en que se dispone de una formación que facilite el desarrollo de competencias y tenga la capacidad de adaptación a una sociedad en construcción como la nuestra. Con esta mirada sobre la educación actual se puede comprender que los procesos educativos efectuados en las instituciones educativas, deben propender por la formación de ciudadanos y ciudadanas dispuestos a actuar en sociedades donde lo importante es tratar de hacer el menor mal posible al otro. Lo cual se lograría teniendo en cuenta los cambios de paradigma, en el sentido de superar los denominados esquemas verticales de enseñanza, en los que impera solamente el supuesto saber del docente, sobre el estudiante, quien aparentemente no sabe nada.

Dicha situación convierta la educación en un espacio en el que cada quien hace alarde de sus conocimientos y no se tiene en cuenta, en ningún instante, al sujeto, al interlocutor; es decir, se asume una posición poco o nada democrática de los procesos de enseñanza aprendizaje. Por eso, la superación de la posición vertical en la enseñanza, coloca a la educación disponible para hacer evidentes los esquemas horizontales donde lo más importante es compartir intereses por aprender con el fin de formar sujetos autónomos, críticos, reflexivos y propositivos. Precisamente, ese es el reto de la educación actual y así lo expresan los expertos reunidos en la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO), quienes debaten sobre lo que debería ser la educación para el siglo XXI según Delors, J y otros, (1996): "El siglo XXI (…) planteará a la educación una doble exigencia que, a primera vista, puede aparecer casi contradictoria: la educación deberá transmitir, masiva y eficazmente, un volumen cada vez mayor de conocimientos teóricos y técnicos evolutivos, adaptados a la civilización cognitiva, porque son las bases de las competencias del futuro. Simultáneamente deberá hallar y definir orientaciones que permitan no dejarse sumergir por las corrientes de informaciones más o menos efímeras que invaden los espacios públicos y privados y conservar el rumbo en proyectos de desarrollo individuales y colectivos.

Educar así tiene gran valor siempre y cuando el propósito sea el desarrollo de una capacitación significativa de los estudiantes, para que más adelante puedan hacerse cargo de la propia construcción de significados; esto es, aprender a integrar los nuevos conocimientos con los conocimientos existentes, producto de la experiencia acumulada como sujetos activos, con la finalidad de convertirlos en seres competentes con la ayuda de factores cognitivos, emocionales y motrices. Por eso, y atendiendo a lo expresado por E. Zuleta, la educación actual se establece bajo dos condiciones: "…la exigencia de formación y capacitación que conducen al entrenamiento de un experto y la formación de un ciudadano con capacidad de pensamiento y de crítica

Por consiguiente, aprender a aprender en las sociedades modernas se ha convertido en la clave para el desarrollo de competencias que permitan a los sujetos afrontar los retos de una nación en vías de crecimiento como el nuestro. Para apoyar este pilar de la educación se ha pensado en el enfoque de la resolución de problemas, en los que los estudiantes se enfrentan a situaciones en las cuales es indispensable reflexionar, buscar, investigar con el fin de establecer conexiones mentales donde se apliquen los conocimientos previos a situaciones prácticas de la vida cotidiana. Así las cosas, al enfrentarse con este enfoque, los estudiantes están en la obligación de emplearse a fondo y comprometerse con los procesos; entonces, es cuando descubren la importancia de pensar y definir estrategias, en vez de dar respuestas automáticas y rápidas sobre temas estudiados. Teniendo en cuenta lo anterior, muchos investigadores educativos son de la opinión que cuando los estudiantes son capaces de resolver problemas, están demostrando avances notorios en la formación como sujetos de derecho y seres pensantes y competentes. Los resultados al aplicar la resolución de problemas son más efectivos que cuando ellos investigan y realizan actividades de aprendizaje de manera individual y aislada.

Lo anteriormente expuesto pone de manifiesto que el Texto Guía: Modelos Matemáticos para la Física, del profesor Pedro León, proporciona grandes orientaciones metodológicas y prácticas a los estudiantes de ingeniería de la Universidad de la Guajira, en el sentido de aprender a ser y aprender a aprender, en una asignatura que aporta significativamente en la formación profesional. Además, el Profesor León, al diseñar y escribir dicho texto, estoy seguro que se siente motivado por vincular el aprendizaje de las ciencias a la resolución de situaciones problémicas, ya que dicha acción desempeña un papel preponderante en la educación matemática. Justamente, deja explícito que cuando los estudiantes son capaces de resolver problemas, están desarrollando un aprendizaje útil para la vida, no para el momento, porque se plantean objetivos y metas claras en el proceso de formación profesional. El docente de la Universidad de la Guajira, hace un acercamiento teórico-práctico para que estudiantes de ingeniería de la mencionada universidad, desarrollen una puesta en escena conceptual mediante la interpretación ajustada a la realidad de situaciones problémicas referidas a la educación matemática y a la física como disciplina de las ciencias; todo con el propósito de establecer condiciones propicias y válidas para reflexionar sobre los fundamentos conceptuales de los fenómenos físicos abordados en el aula y en el laboratorio.

Profundizado en la lectura del texto del Profesor León, encontramos que la primera parte hace una aproximación a las teorías que caracterizan y fundamentan el aprendizaje problémico en el ámbito de la formación de ingenieros. Se plantea la posibilidad que tienen los estudiantes de la asignatura de física para relacionar los conceptos y procedimientos científicos, con el accionar de la vida cotidiana, teniendo presente que tengan validez para realizar interpretaciones con sentido y como herramientas precisas para la transformación de ambientes y situaciones ofrecidas por la sociedad contemporánea. Sobresale en esta primera parte, la alusión a teorías e investigadores que han aportado puntualmente a la discusión académica sobre la importancia y la necesidad del aprendizaje a partir de situaciones problémicas. Dentro de los que más se citan en el texto se encuentran inicialmente, Juan Ignacio Pozo, quien es profesor de la facultad de psicología de la Universidad Autónoma de Madrid. Los planteamientos de este teórico constituyen un gran soporte para los objetivos propuestos por el Profesor León, en la elaboración del mencionado texto en el sentido de contemplar el diseño de situaciones de aprendizaje para la adquisición de conocimientos científicos. Otro importante teórico referido es Mirza Majmutov, quizás el autor que más aporta a la investigación realizada por Pedro León, porque el pedagogo ruso estudió profundamente las experiencias de aprendizaje en su país de origen y teorizó sobre las actividades de los maestros y maestras, destinadas a crear un sistema de situaciones problemáticas en los desempeños de los alumnos, con el propósito de refundar conocimientos nuevos y el planteamiento independiente de problemas y su respectiva solución. Cabe reconocer que los anteriores planteamientos son el marco teórico sobre el cual el autor del texto presentado organiza el corpus de esta parte del texto.

De otra parte, en el texto Modelos Matemáticos para la Física, se hace una magistral exposición de los modelos matemáticos para realizar estudios, tareas e investigaciones en la física como disciplina científica en el aula y en el laboratorio. La argumentación de este fenómeno está basada en que las relaciones matemáticas entre variables del modelo a seguir, casi siempre representan las relaciones reales entre distintas variables presentes en el sistema y por ende, un modelo físico necesita un seguimiento al modelo con el fin de reinterpretar, en la realidad, las predicciones de dicho modelo. La importancia que tiene este apartado para los alumnos y docentes de física, lo expone el Profesor León por medio de argumentos válidos a nivel didáctico en los cuales dichos modelos se utilizan en el análisis de la relación entre dos o más variables, para poder comprender mejor los fenómenos naturales, sociales, físicos, económicos, etc. Claro está, dependiendo de los objetivos trazados y el diseño planeado para el mismo modelo, de tal forma que propicie el valor de las variables en un futuro próximo, permita la formulación de hipótesis y la evaluación de los efectos de determinada política.

A manera de conclusión, el Profesor León en este texto quiere clarificar que el proceso enseñanza-aprendizaje de la física en la Universidad de la Guajira, teniendo en cuenta la metodología de resolución de problemas, formas estudiantes autónomos, con alto grado de compromiso profesional, dedicados, disciplinados, investigadores y con mucho autocontrol. También manifiesta que esta metodología favorece un aprendizaje interdisciplinario y pertinente para que los docentes del área desplieguen niveles altos de rendimiento en su profesión, comprometidos con la elaboración de situaciones problémicas, donde se ponga en evidencia la relación con las otras disciplinas que intervienen en la formación de ingenieros en la Universidad de la Guajira.

Armando Granda Gaviria
Docente Titular T.C. Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Departamento de Humanidades y Lengua Castellana

Introducción

“El saber pensado consiste en la evidencia intelectual
que se enciende en el espíritu cuando
verificamos el acto de pensar”
García Morente

La comprensión de los conceptos teóricos y experimentales en física que se imparten en la Universidad, se consiguen mediante la resolución de situaciones problémicas, mediante la práctica de dichas teorías en el laboratorio y mediante la construcción de sus modelos matemáticos. Es importante tener en cuenta que la actividad teórica de la física debe iniciarse con el estudio cualitativo previo y luego con el análisis teórico de una situación problémica relacionada con el fenómeno físico en estudio.

Para el análisis teórico y el estudio en general de la física se requiere contar con un estudiante caracterizado por su espíritu crítico, reflexivo y autonomía personal en un marco de libertad de pensamiento y pluralismo ideológico con una visión de la ingeniería como motor de desarrollo para la región y el país en general, convirtiendo a la ingeniería en una profesión para el servicio de la sociedad y el mejoramiento de la calidad de vida.

Según P. León (2018) en su trabajo: Construcción de Modelos Matemáticos para la Ciencia Física, menciona que Ortiz (2009), plantea que el estudiante de cualquier nivel de educación necesita aprender a resolver problemas, a construir modelos, a analizar críticamente la realidad social y transformarla, a identificar conceptos, aprender a ser, aprender convivir y a descubrir el conocimiento de una manera interesante y motivadora de tal manera que el estudiante participe activamente en cualquier situación problémica por difícil que sea. Efectivamente siguiendo los pasos metodológicos necesarios, el estudiante puede estar en capacidad de enfrentar situaciones en donde tenga que reflexionar, buscar, investigar y solucionar el problema en estudio.

Este libro guía de actividades complementa y amplia los procesos de enseñanza aprendizaje propuestos en el libro ``Modelos Matemáticos para la Física

Soportados en el Xplorer GLX`` diseñado por P. León (2018,2019), a partir de un trabajo de investigación en el aula, con el objeto de hacer más productivo el proceso formativo del estudiante y solucionar las dificultades presentadas en ellos al momento de resolver situaciones problémicas, construir modelos, y desarrollar los análisis experimentales en la asignatura de Física Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de La Guajira.

El texto está orientado a la resolución de situaciones problemas y a la Construcción de Modelos Matemáticos para la Física. En él se desarrollan las competencias de acuerdo a la guía propedéutica de la asignatura Física Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de La Guajira (2019), en donde se promueve de acuerdo con el ICFES Magisterio (2004), el desarrollo conceptual del estudiante mediante la interpretación de situaciones, el establecimiento de condiciones y el planteamiento de afirmaciones válidas y pertinentes con fundamento en los conceptos teóricos, los fenómenos físicos estudiados en el salón de clases, las experiencias de laboratorio, y las experiencias vivenciales.

P. León (2006), menciona que ICFES (2004), plantea que interpretar situaciones corresponde a las acciones requeridas para la comprensión de situaciones problemáticas, bien sea a partir de la información escrita, grafica, esquemática; como por ejemplo: acciones como reconocer o manejar la simbología propia de la física, identificar e interpretar el esquema ilustrativo correspondiente a una situación y a partir de ello deducir relaciones entre variables involucradas, describir en forma gráfica el estado, las interacciones y la dinámica de un sistema o situación.

De acuerdo con las orientaciones del ICFES Magisterio (2004), establecer condiciones involucra acciones que permiten identificar los elementos o variables relevantes, considerando sus relaciones cualitativas y cuantitativas, para el análisis y solución de un problema. También, dice que: plantear, argumentar y contrastar hipótesis conlleva acciones que permiten proponer y explicar nuevas relaciones para la situación presentada, encontrar patrones que vinculen diferentes situaciones y proponer nuevos problemas. Estas orientaciones del ICFES Magisterio (2004), permitirían al estudiante el buen desarrollo de las siguientes actividades:

- Reconocer los elementos teóricos, los materiales escritos y la simbología fundamental de la física.
- Recoger información, identificar e interpretar esquemas ilustrativos, cuadros, gráficos y modelos matemáticos descritos de un fenómeno físico.

- Motivar la discusión en grupo y promover el respeto hacia la diferencia de opiniones.
- Relacionar las variables cualitativas y cuantitativas para el análisis y solución de una situación problémica.
- Construir modelos matemáticos a partir de los fenómenos físicos estudiados en la clase.
- Proponer nuevas situaciones problemáticas en física, plantear nuevas actividades de aplicación y explicar las relaciones existentes entre las variables involucradas.
- Orientar la consulta bibliográfica y el manejo de otras fuentes de acuerdo al programa de Física Mecánica.

El texto está dividido en dos partes, la primera parte presenta un Contexto General del aprendizaje problémico, las competencias básicas y los modelos matemáticos para la física. Un Taller de Competencias en Física Mecánica, que complementa, profundiza o amplia los ámbitos conceptuales y experimentales trabajados en el texto. En este taller el estudiante trabajará a partir del estudio y análisis de situaciones problema desarrolladas en este libro, como ejemplificación y las puede complementar con el uso y manejo del sistema computacional en la resolución de problemas, con el objeto de que se ejercite y pueda familiarizarse y poner en práctica el desarrollo de las competencias básicas.

La segunda parte presenta una aplicación teórico-práctica del aprendizaje problémico, las competencias básicas y los modelos matemáticos para la física. Un taller de preguntas y situaciones problema, como evaluación formativa que le permitirá al estudiante poner en práctica los conocimientos adquiridos y las competencias desarrolladas en un contexto significativo, real, que encamine al estudiante a crear, proponer y argumentar soluciones a situaciones que se le presenten durante el desarrollo de la asignatura y en la vida diaria.

Mis agradecimientos al cuerpo docente de la Facultad de Ingeniería y en especial a los docentes del área de Física, por sus inquietudes, colaboración y aporte en la búsqueda de alternativas metodológicas, que se ajustarán a las dificultades y necesidades de los estudiantes durante el desarrollo de las actividades académicas de los períodos primero y segundo semestre de 2018 y primer semestre de 2019. También mis agradecimientos a los estudiantes por sus aportes en la aplicación de los instrumentos de evaluación y en las jornadas de discusión alrededor de los objetivos, contenidos del programa, metodología, evaluación, bibliografía y funcionalidad de esta área de conocimiento en el campo de la Ingeniería.

PRIMERA PARTE

Taller No. 1

Aproximaciones teóricas de la enseñanza problémica, los modelos matemáticos para la física y sus aplicaciones.

Foto tomada en el Laboratorio de Física de Uniguajira, durante el desarrollo de una clase experimental, 17/10/2018

1. Aprendizaje problémico

1.1 Aproximaciones teóricas relacionadas con el aprendizaje problémico

En esta primera parte del texto, el estudiante debe tener claro el concepto de situación problemática, su identificación y los pasos metodológicos para construir su solución. Perea Sandoval C. (2000), plantea que estas situaciones deben posibilitar que el alumno relacione los conceptos y procedimientos científicos con los procesos cotidianos de manera tal que le sirvan como instrumentos válidos para interpretar y transformar el ambiente en el cual se desenvuelve cotidianamente.

Pozo, J. (1994), en su trabajo La Solución de Problemas, plantea que un problema se diferencia de un ejercicio en que, en este último caso disponemos y utilizamos mecanismos que nos llevan de forma inmediata a la solución. Por lo tanto, es posible que una misma situación constituya un problema para una persona mientras que para otra persona el problema no existe, bien porque carece de interés para resolverla sin apenas inversión de recursos cognitivos y puede reducirla a un mero ejercicio.

Perea, C. (1994), propone un procedimiento para abordar una situación problemática, lo cual consta de los siguientes pasos:

1. Reflexión inicial
2. Observación clara y precisa
3. Definición del problema
4. Análisis del problema
5. Establecimiento de relaciones
6. Síntesis
7. Reflexión sobre el proceso de pensamiento llevado a cabo.

De acuerdo con P. León (2018), menciona en su trabajo, Construcción de Modelos Matemáticos para la Ciencia Física, que solucionar una situación problemática en física, en donde el estudiante debe construir una ecuación o modelo matemático para expresar relaciones entre variables, interpretarlas y estudiar su comportamiento mediante el cálculo y otras herramientas matemáticas, requiere seguir las fases de establecer un modelo, las que inician con la identificación de un fenómeno físico en forma de problema, luego se elige el tipo de modelo de acuerdo a la respuesta que se pretende obtener y finalmente se formaliza el modelo y se comparan los resultados obtenidos con los hechos observados o con los experimentales para ver si dicho modelo predice bien.

De acuerdo con esta afirmación desarrollar la actividad de establecer modelos matemáticos para la física a partir de situaciones problemáticas, permitirá al estudiante mediante la búsqueda activa de dicho modelo, lograr desarrollar sólidos conocimientos que constituyan un sistema generalizado, que sea asimilado de forma tal que le permita su utilización en la práctica.

Majmutov (1970-1986), desarrolló un sistema didáctico, en el que define la metodología a seguir de lo que llamó "Aprendizaje Problémico". Este sistema criticó la enseñanza tradicional, al expresar que ésta le ofrece al alumno, por lo general, los conocimientos ya hechos y elaborados, se le asigna un papel pasivo de simple receptor de conocimientos que después debe repetir, sin comprender plenamente cómo fue el proceso de búsqueda y construcción teórica que llevó a esos conocimientos.

El sistema parte de concebir al alumno como un ente activo, por lo que debe realizar una actividad para poder apropiarse del conocimiento, y con ello desarrollar su intelecto. Plantea que es importante que el alumno, junto con el conocimiento, asimile los métodos y procedimientos que utilizó el científico en el desarrollo de la ciencia.

Majmutov (1970-1986), plantea que el objetivo en el sistema es hacer transitar al alumno (de manera abreviada) por caminos similares a los que transitó el científico para llegar a sus conclusiones. En este tránsito el sujeto no sólo se apropia del conocimiento, sino de la lógica de la ciencia en cuestión, en la solución de un problema determinado puede ser teórico o experimental; para ello, parte de no brindar el conocimiento ya fabricado, sino que el docente se centra en reflejar las contradicciones del fenómeno estudiado, en forma de problema, crea una situación Problémica, con el fin de que el estudiante se sienta motivado a darle solución y se apropie del conocimiento y de los métodos del pensamiento científico.

Majmutov (1977), considera el Aprendizaje Problémico como "...un sistema didáctico basado en las regularidades de la asimilación creadora de los conocimientos y forma de actividad que integra métodos de enseñanza y de aprendizaje, los cuales se caracterizan por tener los rasgos básicos de la búsqueda científica".

Okón (1968), la define como el conjunto de acciones tales como la organización de situaciones Problémica planteamiento de problemas, ayuda a los estudiantes para resolver dichos problemas, verificación de la solución y dirección del proceso de sistematización y fijación de los conocimientos adquiridos".

En este sentido Majmutov (1977), define el Aprendizaje Problémico como la actividad del maestro encaminada a la creación de un sistema de situaciones Problémicas a la exposición y a su explicación, y a la dirección de la actividad de los alumnos en la asimilación de conocimientos nuevos, tanto en forma de conclusiones ya preparadas, como el planteamiento independiente de problemas docentes y su solución".

Esta definición se refiere sólo a la actividad del profesor y no expresa el objetivo de la organización del Aprendizaje Problémico. No se plantea de manera explícita cuál es el papel del alumno en ese proceso. Además, el proceso de enseñanza se presenta como el proceso de adquisición de los conocimientos sólo mediante la solución de problemas.

P. León (2006, 2018), plantea que Bravo (1997), postula una conexión entre investigación y enseñanza en la dialéctica concreta, cuya lógica real de la producción del conocimiento puede ser conocida y apropiada a partir de la determinación de la contradicción dialéctica, en tanto expresión de múltiples y diversas fuerzas y tendencias que explican el desarrollo del conocimiento y la cultura como algo no acabado, definitivo y totalmente coherente.

P. León (2018), menciona que Álvarez (1999), plantea que la esencia del aprendizaje problémico consiste en que los estudiantes guiados por el profesor, se introducen en el proceso de búsqueda y solución de problemas nuevos para ellos, gracias a lo cual, aprenden a adquirir de forma independiente los conocimientos y a emplearlos en la solución de nuevos problemas.

Como se aprecia, existen muchas definiciones de aprendizaje problémico algunos autores consideran que es un sistema, otros la definen como conjunto de acciones, proceso del conocimiento o actividad docente encaminada a la asimilación productiva de los conocimientos. Medina (1997), lo considera como un proceso de conocimiento que se formula problemas cognoscitivos y prácticos, utiliza distintos métodos y técnicas de enseñanzas y se caracteriza por tener rasgos básicos de la búsqueda científica.

Seguidamente se presenta un mapa conceptual en donde, Polya, (1981) y Perea (1962), plantean los pasos necesarios para resolver un problema. (Figura 1.1.)

Pasos necesarios para Resolver un Problema, según Polya (1981)

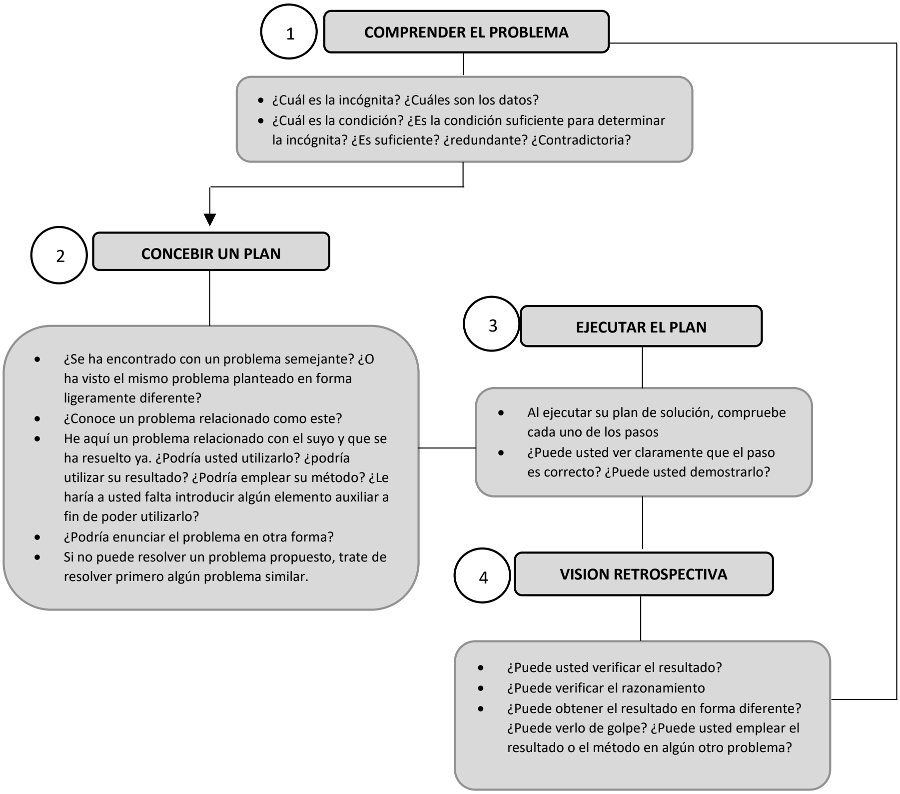


Figura 1.1: Tomado de Perea Sandoval (2000), El concepto de Competencia y su aplicación en el campo de la educación

1.2 Aproximaciones teóricas relacionadas con los modelos matemáticos para la física

León (2018) plantea que Ríos y Sixto (1995), consideran que un modelo de las ciencias físicas es la traducción de la realidad física de un sistema físico en términos matemáticos, es decir, una forma de representar a cada uno de los tipos de fenómenos que intervienen en un cierto proceso físico mediante objetos matemáticos o variables de un sistema.

Las relaciones matemáticas formales entre los objetos o variables del modelo deben representar de alguna manera las relaciones reales existentes entre las diferentes variables o aspectos del sistema u objeto real. Así una vez “traducido” o “representado cierto problema” en forma de modelo matemático se pueden aplicar el cálculo el álgebra y otras herramientas matemáticas para deducir el comportamiento del sistema del fenómeno físico estudiado. Un modelo físico requerirá, por tanto, que se pueda seguir el camino inverso al modelo, permitiendo reinterpretar en la realidad las predicciones del modelo.

La función del origen de la información utilizada para establecer modelos, estos pueden clasificarse en modelos heurísticos, empíricos, cualitativos o conceptuales y cuantitativos o numéricos.

Modelos heurísticos
Son los que están basados en las explicaciones sobre las causas o mecanismos naturales que dan lugar al fenómeno estudiado.

Modelos empíricos
Son los que utilizan las observaciones directas o los resultados de experimentos del fenómeno estudiado.

Modelos cualitativos o conceptuales
Estos modelos pueden usar figuras, gráficos o descripciones causales, en general se contentan con predecir si el estado del sistema ira en determinada dirección o si aumentara o disminuirá alguna magnitud, sin importar exactamente la magnitud concreta de la mayoría de aspectos.

Modelos cuantitativos o numéricos
Estos modelos usan números para representar aspectos del sistema modelizado, y generalmente incluyen formulas y algoritmos matemáticos más o menos complejos que relacionan los valores numéricos. El cálculo con los mismos permite representar el proceso físico o los cambios cuantitativos del sistema modelado en una situación problémica planteada.

1.2.1 Fases de construcción de un Modelo

Las fases para establecer o construir un Modelo en Física son: Identificación del modelo, Elección del tipo de modelo, Formalización del modelo, Comparación de resultados y el modelo mental.

Identificación
Identificar una situación problémica o problema que necesita ser simulada, optimizada o controlada y por tanto requerirá un modelo matemático predictivo.

Elección del tipo de modelo
La elección del tipo de modelo requiere precisar qué tipo de respuesta pretende obtenerse, cuáles son los datos de entrada o factores relevantes y para que pretende usarse el modelo. Esta elección debe ser suficientemente simple como para permitir un tratamiento matemático asequible con los recursos dis-

ponibles. Esta fase requiere además identificar el mayor número de datos fidedignos, rotular y clasificar las incógnitas (Variables independientes y dependientes) y establecer consideraciones físicas que representan adecuadamente el fenómeno en estudio.

Formalización del modelo

En la formalización del modelo se detallará que forma tienen los datos de entrada, que tipo de herramienta matemática se usara, como se adaptan a la información previa existente. En esta fase posiblemente se introduzcan también simplificaciones suficientes para que la situación problémica y su modelización sea tratable computacionalmente.

Comparación de resultados

Los resultados obtenidos con predicciones necesitan ser comparados con los hechos observados para ver si el modelo está prediciendo bien. Si los resultados no se ajustan bien, es recomendable volver a la fase de identificación del modelo. Es importante mencionar que la mayoría de los modelos matemáticos no son exactos y tienen un alto grado de idealización y simplificación ya que una modelización muy exacta puede ser más complicada de tratar de una simplificación conveniente, y por lo tanto resultar menos útil.

1.3 Una interpretación del concepto de Competencia

De acuerdo con P. León (2012, 2018), plantea que, al abordar el concepto de Competencia, se debe tener presente que dicho concepto surge en el contexto del desarrollo histórico de diferentes corrientes psicológicas y disciplinas del conocimiento. Entonces es posible caracterizar el concepto de competencia desde el campo de la lingüística a partir del enfoque de Chomsky, que la concibe como “un componente particular de la mente humana, un componente innato de la mente humana, que permite acceder a una lengua particular mediante la interacción con la experiencia presente, un instrumento que convierte la experiencia en un sistema de conocimiento realizado: el conocimiento de una lengua” Noam Chomsky, Alianza Editorial, (1999).

El concepto de competencia desde el campo de la sociolingüística, se puede identificar a partir del enfoque de Hymes, que cuestiona los planteamientos de Chomsky, argumentando que “si desligamos el lenguaje de la situación, la persona y el contexto, solo quedaba por estudiar el conocimiento lingüístico en términos de reglas abstractas y ello no parecía la causa directa de la realización de los sujetos” Hymes, reconceptualiza la competencia comunicativa como “la habilidad que tiene un emisor nativo, respecto de su comunidad de hablantes de interpretar y producir lenguaje apropiado a las situaciones" Dell Hymes, (1993), ASED, (1999).

Hymes, (1999), se refiere a la capacidad que tiene una persona tanto para conocer su lengua como para utilizarla en un contexto especifico. Entonces, la actividad lingüística desarrollada por el sujeto, está en directa relación con el contexto en el cual se desarrolla la acción comunicativa. En este sentido influyen diferentes factores relacionados con la persona como individuo, en donde intervienen elementos tales como la motivación y el estilo cognitivo como ser social intervienen aspectos relacionados con la comunicación y la interacción social.

El concepto de competencia, en los últimos años, ha sido profundizado por la psicóloga María Cristina Torrado y por el especialista en lenguaje Fabio Jurado Valencia, miembros del equipo de investigación de la Universidad Nacional de Colombia, que adelantaban el proyecto de Evaluación de Competencias Básicas.

P. León (2006), plantea que el grupo de estudio del ICFES (2004), asume la definición de competencia como un "Saber hacer en contexto", es decir, el conjunto de acciones que un estudiante realiza en un contexto particular y que cumple con las exigencias específicas del mismo y que estas se circunscribirán a las acciones de tipo interpretativo, argumentativo y propositivo que el estudiante pone en juego en cada uno de los contextos disciplinarios, que hacen referencia, por su parte al conjunto móvil de conceptos, teorías, leyes, principios, reglas de acción y procedimientos específicos que corresponden a un área determinada. El desarrollo de las competencias en un estudiante no se da como algo individual, encerrado en él, sino como algo que, estando dentro de él, interactúa con el ambiente, entonces que función del docente hallar esas competencias y crear el ambiente idóneo para que las mismas se manifiesten en el individuo, es decir, crear el ambiente necesario para que la competencia aflore.

Las situaciones problemáticas presentadas en el texto exigen al estudiante poner en práctica una o dos de las tres competencias básicas: interpretar situaciones, establecer condiciones y plantear hipótesis, con fundamente en las teorías y leyes de la física estudiadas en el salón de clases.

ICFES, Magisterio, (2004), plantea que interpretar situaciones corresponde a las acciones requeridas para la compresión de situaciones problemáticas, bien sea a partir de la información escrita, grafica, esquemática; como por ejemplo: acciones como reconocer o manejar la simbología propia de la física, identificar e interpretar el esquema ilustrativo correspondiente a una situación y a partir de ello deducir relaciones entre variables involucradas, describir en forma gráfica el estado, las interacciones y la dinámica de un sistema o situación.

Establecer condiciones involucra acciones que permiten identificar los elementos o variables relevantes, considerando sus relaciones cualitativas y cuantitativas, para el análisis y solución de un problema. También, dice que: plantear, argumentar y contrastar hipótesis conlleva acciones que permiten proponer y explicar nuevas relaciones para la situación presentada, encontrar patrones que vinculen diferentes situaciones y proponer nuevos problemas.

De acuerdo con ICFES, Magisterio, (2004), el siguiente cuadro presenta las acciones correspondientes a cada una de las competencias según el nivel requerido para ello. (Cuadro 1.1.)

Cuadro 1.1 Acciones correspondientes a cada una de las competencias según el nivel requerido para ello

		Competencias		
		C1 Interpretar situaciones	C2 Establecer condiciones	C3 Plantear, argumentar y contrastar hipótesis y regularidades
Nivel	**Bajo**	Identifica y selecciona información literal que se presente en una gráfica, tabla o un esquema sencillo	Describe situaciones físicas evocando el recuerdo de un ejemplo prototipo, o de una formula comúnmente usada, o con base en nociones simples.	Predice las relaciones causa-efecto sin esgrimir argumentos a partir de nociones simples.
	Medio	Comprende graficas o esquemas de ilustración en situaciones comunes, reconociendo la información dada y estableciendo algunas relaciones cualitativas con algunas variables que no aparezcan explicitas en dicho esquema o gráfica.	Explica cualitativamente una situación tipo, estableciendo relaciones de orden entre las variables pertinentes para el análisis la situación.	Plantea predicciones que tienen en cuenta más de una variable, en situaciones comunes y en algunas novedosas.
	Alto	Interpreta graficas o esquemas de ilustración cualitativa y cuantitativamente rigurosos; a partir de ellos plantea relaciones con variables no explicitas lo cual le exige un manejo conceptual riguroso.	Determina variables pertinentes para el análisis de una situación y establece rigurosamente relaciones cualitativas y cuantitativas entre ellas. Establece las condiciones bajo las cuales ciertas afirmaciones son válidas o no	Plantea hipótesis en relación con la dinámica de una situación bajo las condiciones iniciales e interacciones diferentes, utilizando argumentos lógicos (formales y rigurosos)

Fuente: Tomado de ICFES, Magisterio, (2004).

1.4 Aplicación teórica experimental de los modelos matemáticos para la física mecánica a partir de situaciones problémicas. (Taller No. 1)

Luego del estudio y análisis de las teorías relacionadas con el aprendizaje problémico, los modelos matemáticos y la interpretación de competencias, presentamos un taller de situaciones problémicas que se adelantaron en el salón de clases y en el laboratorio de física, durante el desarrollo del trabajo de investigación: "Construcción de Modelos Matemáticos para la Ciencia Física". León (2006, 2018). Estos problemas sirven al estudiante que cursa física mecánica como ejemplificación y modelo para emplearlos en el estudio y análisis de nuevos problemas y complementar la resolución de estos con el uso de la computadora e implementar en las clases las simulaciones por ordenador dichos problemas de física, poniendo en práctica las competencias básicas.

La aplicación teórica experimental de los modelos matemáticos requiere establecer relaciones matemáticas entre las variables involucradas en el estudio de un fenómeno físico. También es necesario un análisis grafico riguroso que permita determinar la relación sugerida entre dos o más variables para redescubrir las proporcionalidades que las asocian.

El análisis grafico se hace después que el estudiante toma las medidas cuidadosamente de las variables comprometidas y las consigna ordenadamente en tablas diseñadas y elaboradas previamente, seguidamente construye un sistema de coordenadas rectangulares o tridimensionales. La construcción de la gráfica en el plano cartesiano puede originar una línea recta (función lineal) o una curva constituida por los pares ordenados o puntos obtenidos experimentalmente del fenómeno en estudio.

Si la gráfica es una función lineal o línea recta, entonces podemos interpretar una proporcionalidad directa entre las variables involucradas, las cuales se asocian con la siguiente expresión: $y = kx \pm b$, donde k es una constante y se obtiene calculando la pendiente a la recta, o tomando la tangente del ángulo formado por la recta gráfica con la horizontal.

El termino $\pm$ b corresponde a la distancia desde el punto de corte de la recta experimental sobre la ordenada y hasta el origen, el cual puede ser positivo o negativo, dando lugar a la ecuación general de la línea recta. Si la función no es lineal, entonces tendríamos el estudio de datos experimentales que reproducen gráficas curvas a los que puedan tratarse por métodos de linealización (cambio de variables) y por mínimos cuadrados. Las variables involucradas en el estudio de gráficas que representen curvas se asocian mediante la expresión: $y = Kx^n$ donde K y n son constantes reales positivas o negativas.

Si la función es inversa, entonces podemos considerar una proporcionalidad inversa entre las variables involucradas y se asocian mediante la expresión: $y = Kx^{-1}$

El método de las regresiones lineales y no lineales también es un recurso analítico adecuado para construir ecuaciones o modelos matemáticos en física, los cuales se utilizan para aproximar las relaciones de dependencia entre variables de un grupo de datos experimentales.

Este trabajo utilizó como herramienta didáctica la tabla y equipo para la descomposición de fuerza, caja mecánica, Xplorer GLX el cual es un equipo que funciona como un sistema informático para la física, que se puede conectar a un ratón y teclado, complementado con un computador para registrar los datos, presentar los gráficos y analizarlos rigurosamente para la construcción del modelo y la solución de la situación problémica o fenómeno físico en estudio.

1.4.1 Vectores y movimiento de la partícula

Seguidamente se presenta un taller de competencias en física mecánica con el objeto de que el estudiante se ejercite y familiarice con el desarrollo de situaciones problémicas y las competencias básicas. Estas situaciones problémicas tienen que ver con los temas de vectores y movimiento de la partícula, gran parte de estas situaciones se experimenta en el laboratorio mediante la utilización de los equipos con materiales didáctico pertinente (Tabla para la descomposición de vectores, equipos de mecánica, Xplorer GLX, memoria, computador y complementos):

1. Una persona se dirige a un centro comercial, siguiendo los siguientes desplazamientos: inicialmente camina 1 kilómetro a 260° con el eje X positivo, luego gira hasta 145° con el eje X positivo y camina 1.5 kilómetros, por último, camina 1,2 kilómetros 170° con el eje X positivo. Hallar:

a. Las componentes de los tres desplazamientos
b. La forma vectorial del desplazamiento resultante
c. La magnitud del desplazamiento resultante
d. La dirección del desplazamiento resultante y su vector unitario

Solución

En esta situación problemática el estudiante establece condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: vector desplazamiento y sus componentes, dirección de los distintos desplazamientos y vector unitario, también debe construir un gráfico para representar los desplazamientos planteados en el problema y el desplazamiento resultante.

La acción o planteamiento que debe realizar el estudiante para la solución del problema es construir el gráfico. (Figura 1.2.)

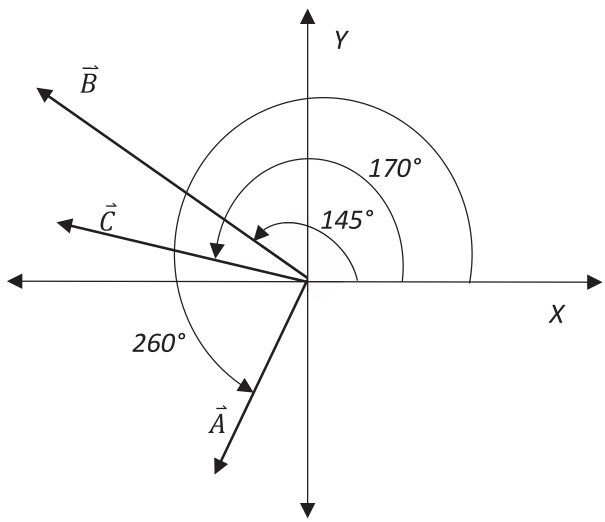


Figura 1.2: Gráfica que presenta los desplazamientos $\vec{A}, \vec{B}$ y $\vec{C}$ en el plano xy

Componentes en x y en y

$A_x = 1km \cos(260°) = -0.17km$
$A_y = 1km\ sen(260°) = -0.98km$
$B_x = 1.5km\ cos(145°) = -1.22km$
$B_y = 1.5km\ sen(145°) = 0.86km$
$C_x = 1.2km\ cos(170°) = -1.18km$
$C_y = 1.2km\ sen(170°) = 0.20km$

$$\sum R_x = A_x + B_x + C_x \tag{1.1}$$

$$\sum R_x = -0.17km - 1.22km - 1.18km = -2.57km$$

$$\sum R_y = A_y + B_y + C_y \tag{1.2}$$

$$\sum R_y = -0.98km + 0.86km + 0.20km = 0.08km$$

Vector resultante forma vectorial:

$$\vec{R} = \left(\sum R_x\right)\hat{\imath} + \left(\sum R_y\right)\hat{\jmath} \ = [(-2.57)]\hat{\imath} + \ [(0.08)\hat{\jmath}]\ km \qquad (1.3)$$

Magnitud del vector resultante:

$$\left|\vec{R}\right| = \sqrt{\left(\sum R_x\, km\right)^2 + \left(\sum R_y\, km\right)^2} \ = \sqrt{(-2.57km)^2 + (0.08km)^2}$$

$$\left|\vec{R}\right| = 2.5712km \qquad (1.4)$$

Dirección del vector resultante:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sum R_y}{\sum R_x}\right) = \ \tan^{-1}\left(\frac{0.08}{-2.57}\right) = -1.7829° \qquad (1.5)$$

Vector unitario del vector resultante:

$$\hat{R} \ = \frac{\vec{R}}{\left|\vec{R}\right|} = \frac{\left[-2.57\hat{I} + 0.08\hat{J}\right]km}{2.5712km} = -0.998\hat{I} + 0.031\hat{J} \qquad (1.6)$$

2. Un gato corre en busca de un ratón 4.5 metros hacia el oeste después 9.5 metros a un ángulo de 40° al noreste y al final 12 metros al este hallar:

a. Los componentes de cada una de los desplazamientos.
b. El vector desplazamiento del gato y sus magnitudes desde el punto de partida.
c. El vector desplazamiento utilizando técnica gráfica.
d. Dirección del vector desplazamiento resultante.

Solución:

En este problema se establecen condiciones al determinar los valores de las cantidades física: componentes de cada uno de los desplazamientos, el vector desplazamiento y dirección del desplazamiento resultante.

La acción o planteamiento realizado por el estudiante debió ser de la siguiente forma:

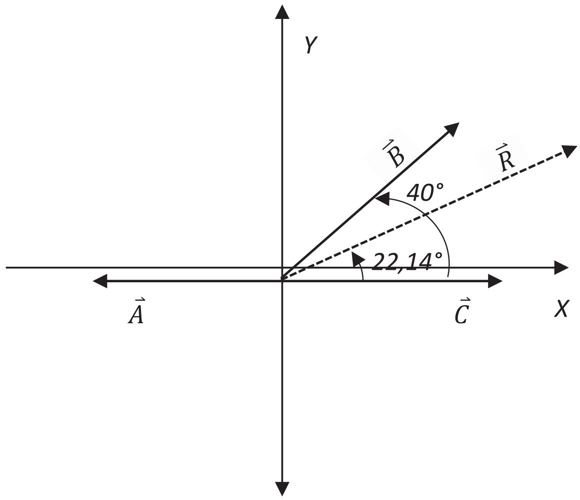


Figura 1.3: Grafica que presenta los desplazamientos de $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ y $\vec{R}$ del recorrido de un gato

Componentes de cada desplazamiento:

$$A_x = 4.5m \cos 180° = -4.5m$$
$$A_y = 4.5m \operatorname{sen} 180° = 0m$$

$$B_x = 9.5m \cos 40° = 7.28m$$
$$B_Y = 9.5m \operatorname{sen} 40° = 6.11m$$

$$C_x = 12m \cos 0° = 12m$$
$$C_y = 12m \operatorname{sen} 0° = 0m$$

Sumatoria de las componentes:

$$\sum R_x = -4.5m + 12m + 7.28m = 14.78m \tag{1.7}$$

$$\sum R_y = 0m + 0m + 6.11m = 6.11m \tag{1.8}$$

El vector desplazamiento:

$$\vec{R} = \left(\sum R_x\right)\hat{\imath} + \left(\sum R_y\right)\hat{\jmath} = [14.78\hat{\imath} + 6.11\hat{\jmath}]m \tag{1.9}$$

Magnitud del vector desplazamiento

$$|\vec{R}| = \sqrt{\left(\sum R_x\right)^2 + \left(\sum R_y\right)^2} = \sqrt{(14.78m)^2 + (6.11m)^2} = 15.99m \tag{1.10}$$

Dirección del vector desplazamiento

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sum R_y}{\sum R_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{6.11m}{14.78m}\right) = 22.14° \tag{1.11}$$

Un automóvil recorre 100 kilómetro en dirección norte y después 175 kilómetros en dirección 60° al oeste del norte. Construir el gráfico y determinar

a. La magnitud del desplazamiento resultante del automóvil
b. La dirección del desplazamiento resultante del móvil

Solución:

En este problema el estudiante debe construir un gráfico en donde represente los desplazamientos y direcciones del automóvil y luego establecer condiciones al interpretar el gráfico y determinar los valores del desplazamiento resultante y su dirección.

La acción que debe realizar el estudiante para resolver esta situación problémica es la siguiente:

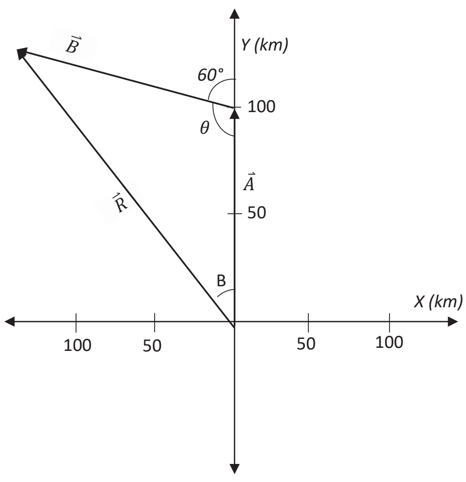


Figura 1.4: Gráfica que presenta los desplazamientos de A, B y R del recorrido de un automóvil.

La magnitud del vector resultante $\vec{\mathbf{R}}$ se puedes obtener aplicando la ley de los cosenos de la trigonometría cuando se aplica a un triángulo obtuso:

De acuerdo con la gráfica se tiene:

$$\theta = 180° - 60° = 120° \quad Y \quad R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta \tag{1.12}$$

Por lo tanto

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta} \tag{1.13}$$

$$R = \sqrt{(100km)^2 + (175km)^2 - 2(100km)(175km)\cos 120°}$$

$$R = \sqrt{58.125km^2} = 241.1km$$

La dirección del vector $\vec{\mathrm{R}}$ se obtiene a partir de la ley de los senos en trigonometría:

$$\frac{sen\beta}{B} = \frac{sen\theta}{R} \qquad \text{Por lo tanto} \qquad sen\beta = \frac{B}{R}sen\theta \tag{1.14}$$

$$sen\beta = \frac{175km}{241.1km}\, sen120° = 0.628$$

Por lo tanto $\beta = 38.9° \;\; direccion\ de\ \vec{R}$

3. Una barcaza cruza un río de 360 m de ancho en 1 min 20 s. El viaje de regreso lo efectúa en 1 min 30 s.

a. ¿Cuál es la velocidad media en viaje de ida?
b. ¿Cuál es la velocidad media del viaje de vuelta?
c. ¿Cuál es la velocidad media del viaja de ida y vuelta?

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: la velocidad de ida, de vuelta, ida y vuelta.

La acción o planteamiento correcto que debe realizar el estudiante es el siguiente:

La velocidad media viene dada por la expresión

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \tag{1.15}$$

Tomaremos como punto de referencia para indicar posiciones el punto de partida de la barca en el viaje de ida y sentido positivo hacia la otra orilla del río.

a. Velocidad media en el viaje de ida.

El desplazamiento en este viaje es:

$$\Delta x = 360\ m - 0 = 360\ m \tag{1.16}$$

El intervalo de tiempo que ha transcurrido es $\Delta t = 80\ s.$

Sustituimos en la expresión anterior:

$$v = \frac{360\ m}{80\ s} = 4{,}5\ m/s$$

$$V_m = 4{,}5\ m/s$$

b. Velocidad media en el viaje de vuelta.

El desplazamiento en el viaje de vuelta es $\Delta x = 0 - 360\ m = -360.$ El signo menos indica que la barca se ha movido en el sentido que hemos tomado como negativo. El tiempo que emplea en el viaje de vuelta es 90 s.

De la expresión (1.15) se tiene:

$$v = \frac{360\ m}{90\ s} = 4\ m/s$$

$$V_m = 4\ \mathrm{m/s}$$

c. Velocidad media en el viaje de ida y vuelta.

La barcaza al punto de partida, por tanto, el desplazamiento en el viaje de ida y vuelta es $\Delta x = 0.$ En consecuencia:

$$V_m = 0$$

4. Una partícula se encuentra en el punto $x = 4{,}0\ m$ en el momento de empezar a contar el tiempo ($t = 0$) y se mueve con una velocidad constante de 8,0 m/s.

a. Escribir la ecuación de la posición en función del tiempo.
b. ¿En qué posición se encontrará al cabo de 10 s?
c. ¿Qué desplazamiento habrá efectuado en este intervalo de tiempo?

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: posición, Ecuación en función del tiempo y el desplazamiento.

a. Ecuación de la posición.

Como se trata de un movimiento uniforme:

$$x = 4{,}0\ m + 8{,}0\ m/s\ t \qquad (1.17)$$

b. Posición cuando $t = 10\ s.$

Para $t = 10\ s.$ en (1.1), tenemos:

$$x_{10} = 4{,}0\ m + 8{,}0\ m/s \cdot 10\ s = 84\ m$$

$$x_{10} = 84\ m$$

c. Desplazamiento desde $t = 0$ $a\ t = 10\ s.$

En el instante $t = 0$ la partícula ocupa la posición $x_0 = 4{,}0\ m$ y a $t = 10\ s$ se encuentra en $x_{10} = 84\ m$. El desplazamiento será:

$$\Delta x = 84m - 4{,}0\ m = 80\ m \qquad (1.18)$$

$$\Delta x = 80\ m$$

5. La distancia media de la tierra al sol es de $1{,}5 \cdot 10^{11}\ m$ y el modulo de la velocidad de la luz es de $3{,}0 \cdot 10^{8}\ m/s$. ¿Cuánto tiempo tarda la luz del Sol en llegar a la Tierra?

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: medir cuánto tarda la luz del sol en llegar a la tierra

La ecuación de la posición es:

$$x = v\ t \qquad (1.19)$$

Tomaremos como punto de referencia el Sol.

$x = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ m$ y $v = 3{,}0 \cdot 10^{8}\ m/s$

En (1.19) tenemos:

$$1{,}5 \cdot 10^{11}\ m = 3{,}0 \cdot 10^{8}\ m/s\ t \qquad t = 5{,}0 \cdot 10^{2}\ s$$

Tarda *5,0 · 10² s* = 8,8 *min*

6. La celeridad de un móvil disminuye de 20,0 *m/s* a 14,0 *m/s* en 2,5 *s*. Determinar la aceleración media.

a. Si el movimiento tiene lugar en el sentido + *x*
b. Si el movimiento tiene lugar en el sentido – x

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: aceleración de acuerdo al sentido del movimiento

Ecuación que expresa la aceleración media:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1.20}$$

a. Movimiento en el sentido + *x*:

La velocidad tendrá sentido positivo, por tanto, la velocidad inicial será v_1 = 20,0 *m/s* y la velocidad final será v_2 = 14,0 *m/s*. De acuerdo con (1.20) tenemos:

$$a_m \frac{14{,}0\ m/s - (20{,}0\ m/s)}{2{,}5\ s} = -\ 2{,}4\ m/s^2$$

La aceleración media es a_m = –2,4 m/S^2.

b. Movimiento en el sentido –*x*:

La velocidad tendrá sentido negativo, por tanto, la velocidad inicial será v_1 = –20,0 *m/s* y la velocidad final será v_2 = –14,0 *m/s.* De acuerdo con (1.20)

$$a_m \frac{-14{,}0\ m/s - (-20{,}0\ m/s)}{2{,}5\ s} = 2{,}4\ m/s^2$$

La aceleración media es a_m = –2,4 m/s^2.

7. Un automóvil que marcha a 54km/h acelera durante 20 s con una aceleración constante de 2,5 m/s². Calcular:

a. La velocidad al cabo de los 20 s.
b. El desplazamiento del automóvil durante el tiempo que ha acelerado.

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: la velocidad y el desplazamiento de acuerdo al tiempo transcurrido.

$54\ km/h \cdot 1000\ m/1\ km \cdot 1\ h/3600\ s = 15\ m/s$

Ecuaciones de la velocidad y de la posición:

$$v = v_0 + at \qquad v = 15\ m/s + 2{,}5\ m/s^2\ t \tag{1.21}$$

$$x = v_0\, t + 1/2\, a\, t^2 \qquad x = 15\ m/s\ t + 1/2\ 2{,}5\ m/s^2\ t^2 \tag{1.22}$$

Tomaremos como punto de referencia para indicar posiciones el punto donde empieza a acelerar.

a. Velocidad

Haciendo en t = 20 s en (1.21)

$$v_{20} = 15\ m/s + 2{,}5\ m/s^2 \cdot 20\, s = 65\ m/s$$

$$v_{20} = 65\ m/s$$

b. Desplazamiento.

Haciendo $t = 20\ s$ en (1.22) tenemos:

$$x_{20} = 15\ m/s \cdot 20\, s + 1/2\ 2{,}5\ m/s^2 \cdot (20\, s)^2 = 300m + 500m = 800\, m$$

$$\Delta x = x_{20} - x_0\ ;\ \Delta x = 800\, m - 0\, m = 800\, m$$

Desplazamiento $d = 8{,}0 \cdot 10^2\, m \cdot$

8. Los fabricantes de una marca de automóviles anuncian que un determinado modelo de su marca se acelera de 30 km/h a 120 km/h en 8,0 s. Calcular la aceleración en m/s^2 y la distancia recorrida por el automóvil durante el tiempo de aceleración. Suponer constante la aceleración.

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: aceleración y desplazamiento de acuerdo al tiempo

$30\ km/h \cdot 1\,000\ m/1\, km \cdot 1\ h/3.600\, s = 8{,}33\ m/s$

$120\ km/h \cdot 1\,000\ m/1\, km \cdot 1\ h/3.600\, s = 33{,}33\ m/s$

Ecuaciones de la velocidad y de la posición:

$$v = v_0 + at \qquad v = 8{,}33\ m/s + \tag{1.23}$$
$$x = v_0 t + 2\, a\, t^2 \qquad x = 8{,}33\ m/s\ t \tag{1.24}$$

Tomaremos como punto de referencia para indicar posiciones el punto de partida del automóvil.

Aceleración.

Haciendo $v = 33{,}33\ m/s$ y $t = 8{,}0\ s$ en (1.23) resulta:

$33{,}33\ m/s = 8{,}33\ m/s + a \cdot 8{,}0\ s \qquad\qquad a = 3{,}12\ m/s^2$

Distancia recorrida

De (1.24) resulta

$x = 8{,}33\ m/s\ 8{,}0\,s + \ 1/2\ 3{,}12\ m/s^2\ \cdot\ (8{,}0\,s)^2; a = 166\,m$

9. La rampa de aceleración de una autopista tiene una longitud de 360 m. un automovilista desea entrar en la autopista a una velocidad de 100 km/h. ¿Qué aceleración hay que aplicar al vehículo para que tenga esta velocidad al llegar al final de la rampa?

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: aceleración al final del recorrido

$100\ km/h\ \cdot 1000\ m/km\ \cdot\ 1h/3600\,s = 27{,}77\ m/s$

Ecuaciones de la velocidad y de la posición:

$$v = v_0 + at \qquad\qquad 27{,}77\ m/s = a\,t \qquad (1.25)$$

$$x = \ v_0\,t + \ 1/2\,a\,t^2 \qquad\qquad 360\,m = 1/2\ a\,t^2 \qquad (1.26)$$

Tomaremos como punto de referencia para indicar posiciones el origen de la rampa.

Se trata de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Como nos interesa averiguar la aceleración despejamos el tiempo en (1.25) y los sustituimos en (1.26)

$$t = \frac{27{,}7\ m/s}{a} \qquad\qquad 360\,m = \ 1/2\ \mathrm{a}\left(\frac{27{,}7\ m/s}{a}\right)^2$$

$a = 1{,}07\ m/s^2$

10. Una motocicleta sale de un punto A con una aceleración de 0,60 m/s^2 y alcanza una velocidad de 12m/s. Continua a esta velocidad hasta que se encuentra a 276 m de A, frena con una deceleración que supondremos

constante y se detiene en B, situado a 318 m de A. ¿Qué tiempo tardo la motocicleta en ir desde A hasta B?

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: el tiempo transcurrido desde una posición inicial hasta una posición final.

Primera etapa

Sigue en movimiento uniformemente acelerado.

Ecuaciones de la velocidad y del desplazamiento:

$$v = v_0 + a\,t \qquad v = 0{,}60\ m/s^2\ t \qquad (1.27)$$

$$d = v_0\,\Delta t + 1/2\ a\,\Delta\,t^2 \qquad d = 1/2\ 0{,}60\ m/s^2\ \Delta\,t^2 \qquad (1.28)$$

Hemos tomado como origen de tiempo el momento en que sale la motocicleta. Haciendo $v = 12\ m/s$ en (1.27) tenemos:

$12\ m/s = 0{,}60\ m/s^2\ t; t = 20\ s$

Para $t = 20\ s$ en (1.28) tenemos:

$d = 1/2\ 0{,}60\ m/s^2\ (20\ s)^2 = 120\ m$

El tiempo que ha durado la primera etapa es $t_1 = 20\ s$

Segunda Etapa

Sigue un movimiento uniforme

Ecuación de desplazamiento:

$$d = v\,\Delta t \qquad d = 12\ m/s\ \Delta t \qquad (1.29)$$

Tomamos como origen de tiempo el momento en que se inicia esta segunda etapa.

La posición inicial en esta segunda etapa es 120 m y la posición final es 276 m. El desplazamiento en esta segunda etapa es:

$d = 276m - 120\ m = 156\ m$

Haciendo $d = 156\ m$ en (1.29) resulta:

$156\ m = 12\ m/s\ t; t = 13\ s$

El tiempo que ha durado la segunda etapa $t^2 = 13\ s.$

Tercera Etapa

Sigue un movimiento uniformemente acelerado, pero en este caso la aceleración es negativa.

Ecuaciones de la velocidad y del desplazamiento:

$$v = v_0 + a\,t \qquad v = 12\ m/s + a\,t \tag{1.30}$$

$$d = v_0\,\Delta t + 1/2\ a\,\Delta t^2 \qquad d = 12\ m/s\ \Delta t + 1/2\ a\,\Delta t^2 \tag{1.31}$$

Tomamos como origen de tiempos el momento en que comienza la tercera etapa, por tanto, t y Δt y coinciden.

Haciendo $v = 0$ en (1.30) y $d = 318\ m - 276\ m = 42\ m$ en (1.31), tenemos:

$$0 = 12\ m/s + a\,t \tag{1.32}$$

$$42\,m = 12\ m/s\ t + 1/2\,a\,t^2 \tag{1.33}$$

En un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Despejaremos a en (1.32) y lo sustituiremos en (1.33):

$$a = \frac{-12\ m/s}{t}\ ;\ 42\,m = 12\ m/s\ \ t + \ 1/2\left(\frac{-12\ m/s}{t}\right) \qquad t = 7{,}0\,s$$

El tiempo que ha durado la tercera etapa es $t_3 = 7{,}0\ s$.

El tiempo total es

$$t = 20\ s + 13\ s + 7{,}0\ s = 40s \tag{1.34}$$

12. La posición de un móvil viene dada por la ecuación $x = t^3 – 6{,}0\ t^2 - 15\ t + 40$, donde x esta expresado en metros y t en segundo. Hallar:

a. El instante en que la velocidad se anula.
b. La posición en este instante.
c. La aceleración en este instante.
d. El desplazamiento efectuado por el móvil desde el momento inicial hasta que se anula la velocidad.

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: tiempo, posición, aceleración y desplazamiento.

Ecuaciones de la posición de la velocidad y de la aceleración:

$$x = t^3 - 6{,}0\ t^2 - 15\ t + 40 \tag{1.35}$$

$$v = \frac{dx}{dt}\ ; v = 3t^2 - 12t - 15 \qquad (1.36)$$

$$a = \frac{dv}{dt}\ ; a = 6t - 12 \qquad (1.37)$$

a. Instante en que se anula la velocidad.

Haciendo $v = 0$ en (1.36):

$0 = 3t^2 - 12t - 15$

Al resolver esta ecuación de segundo grado resulta $t = -1{,}0$ y $t = 5{,}0\ s$. De estas dos soluciones solo nos interesa que corresponde a un instante posterior al de inicio del movimiento.

$t = 5{,}0\ s$

b. Posición en el instante en que se anula la velocidad.

Haciendo $t = 5{,}0$ en (1.35):

$x_5 = (5{,}0)^3 - 6{,}0(5{,}0)^2 - 15(5{,}0) + 40 = -60\ m$

$x_5 = -60\ m$

c. Aceleración en el instante en que se anula la velocidad

Haciendo $t = 5{,}0\ s$ en (1.37):

$a_5 = 6(5{,}0) - 12 = 18\ m/s^2$

$a_5 = 18\ m/s^2$

d. Desplazamiento efectuado por el móvil.

$x_0 = 40\ m,\qquad x_5 = -60\ m$

$\Delta x = x_5 - x_0;\qquad \Delta x = -60\ m - 40\ m = -100\ m$

$\Delta x = -100\ m$

13. La velocidad de un móvil que describe una trayectoria rectilínea viene dada por la expresión $v = 40 - 8{,}0\ t$, *SI* . Cuando $t = 2{,}0\ s$, el móvil dista 80 m del origen. Determinar:

a. La expresión general de la distancia al origen.
b. La posición inicial.
c. La aceleración.
d. La posición en el instante en que se anula la velocidad.

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: modelo matemático del desplazamiento, posición inicial, aceleración y posición en el instante en que la velocidad es cero.

a. Ecuación de la distancia al origen.

$$x = \int v\, dt; x = \int (40 - 8{,}0\, t)\, dt\ = 40t - 4{,}0\, t^2 + C; x = 40t - 4{,}0\, t^2 + C \qquad (1.38)$$

C es una constante de integración que hay que determinar; para ello haremos $x = 80m$ y $t = 2{,}0\ s$ en la ecuación anterior (1.38):

$80 = 40 \cdot 2 - 4{,}0 \cdot 2^2 + C; C = 16$

$$x = 40\, t - 4{,}0\, t^2 + 16 \qquad (1.39)$$

b. Posición inicial.

Haciendo $t = 0$ en (1.39)

$x_0 = 16$

Posición inicial $x_0 = 16\ m$.

c. Aceleración.

$$a = \frac{dv}{dt} \quad a = \frac{d\,(40 - 8{,}0\, t)}{dt} = -8{,}0\ m/s^2$$

Aceleración $a = -8{,}0\ m/s^2$

d. Posición en el instante en que se anula la velocidad.

La ecuación de velocidad es $v = 40 - 8{,}0\, t$.

Haciendo $v = 0$ en esta ecuación resulta:

$0 = 40 - 8{,}0\, t; t = 5{,}0\ s$

Haciendo $t = 5{,}0\ s$ en (1.39):

$x_5 = 40 \cdot 5 - 4{,}0 \cdot 5{,}0^2 + 6$ $\qquad$ $x_5 = 116$ m

Posición en el instante en que se anula la velocidad

$x_5 = 1{,}16 \cdot 10^2\ m$

14. Una pelota cae desde una torre de 125m de altura. Calcular:

a. El tiempo que tarda en llegar al suelo.

b. La velocidad en el momento de llegar al suelo.

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: el tiempo y la velocidad final.

Ecuación de la velocidad y de la posición:

$$v = gt \qquad v = 9{,}81\ m/s^2\ \cdot\ t \tag{1.40}$$

$$y = y_0 + 1/2\ g\,t^2 \qquad y = 125\,m - \ 1/2\ \cdot\ (9{,}81\ m/s^2)\,t^2 \tag{1.41}$$

Hemos tomado el pie de la torre como punto de referencia para indicar posiciones, y positivo hacia arriba.

a. Tiempo de caída.

Cuando la pelota llega al suelo $y = 0$, por tanto, haciendo $y = 0$ en (1.41) tenemos:

$$0 = 125\,m - 1/2\ (9{,}81\ m/s^2)\ t^2 \qquad t = 5{,}048\,s$$

$$t = 5{,}05\,s$$

b. Velocidad al llegar al suelo.

Haciendo $t = 5{,}048\ s$ en (1.40):

$$v = -9{,}81\ m/s^2\ \cdot 5{,}048\,s = \ -49{,}52\ m/s$$

$$v = \ -49{,}5\ m/s$$

15. Un niño lanza una pelota desde una ventana situada a 20 m del suelo con una velocidad dirigida hacia arriba de 14,7 m/s. Hallar:

a. La máxima altura alcanzada por la pelota.
b. La velocidad de la pelota a los 1,0 s y a los 2,5 s después de su lanzamiento.
c. El tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo y la velocidad correspondiente.

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: altura alcanzada en determinado tiempo, la velocidad en distintos tiempos y el tiempo que tarda en llegar al suelo.

Ecuaciones de la velocidad y de la posición:

$$v = 14{,}7\ m/s - 9{,}81\ m/s^2 \cdot t \tag{1.42}$$

$$y = 20\,m + 14{,}7\ m/s\ t - 1/2\ 9{,}81\ m/s^2 \cdot t^2 \tag{1.43}$$

Tomaremos el suelo como punto de referencia para indicar posiciones y sentido positivo hacia arriba.

a. Altura máxima.

Para calcular la posición mediante (1.43), necesitamos el tiempo. En el instante en que la pelota alcanza la altura máxima, la velocidad se anula. Haciendo $v = 0$ en (1.42)

$$0 = 14{,}7\ m/s - 9{,}81\ m/s^2 \cdot t \qquad\qquad t = 1{,}498\,s$$

$$y = 20\,m + 14{,}7\ m/s \cdot 1{,}498 - 1/2 \cdot 9{,}81\ m/s^2\ (1{,}498\,s)^2 = 31\,m$$

Altura máxima $y = 31\ m.$

b. Velocidad para y para $t = 1{,}0$ y para $t = 3{,}0\ s.$

Haciendo $t = 1{,}0$ en (1.42):

$$v_{1,0} = 14{,}7\ m/s^2 - 9{,}81\ m/s^2 \cdot 1{,}0\,s = 4{,}9\ m/s$$

Haciendo $t = 2{,}5\ s$ en (1.42):

$$v_{2,5} = 14{,}7\ m/s - 9{,}81\ m/s^2 \cdot 2{,}5\,s = -9{,}8\ m/s$$

Al cabo de 1,0 s la pelota tiene velocidad positiva, es decir, está subiendo y al cabo de 2,5 s la velocidad es negativa, esto quiere decir que ya ha alcanzado la altura máxima, y ya está bajando.

c. Tiempo que tarda en llegar al suelo y velocidad en este momento.

Cuando llega al suelo $y = 0$ en (1.43)

$0 = 20\ m + 14{,}7\ m/s\ \ t - 1/2\ 9{,}81\ m/s^2\ t^2$, al resolver esta ecuación resulta $t = -1{,}01\ s$ y $t = 4{,}01\ s.$

Solo nos interesa la solución $t = 4{,}01\ s$ que corresponde a un instante después de lanzar la pelota.

En (1.42):

$$v = 14{,}7\ m/s - 9{,}81\ m/s^2\ 4{,}01 = -24{,}6\ m/s$$

$$t = 4{,}0\,s \qquad\qquad v = -24\ m/s$$

16. Se lanza una pelota con una velocidad de 12 m/s dirigida verticalmente hacia arriba desde la ventana de un edificio. ¿En qué momento alcanzara otra ventana situada 7,0 m por encima del punto donde se ha lanzado la pelota y que velocidad tendrá la pelota en este instante?

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: el tiempo y la velocidad durante el recorrido de la pelota.

Ecuaciones de la velocidad y de la posición:

$$v = 12\ m/s - 9{,}81\ m/s^2\ t \tag{1.44}$$

$$y = 12\ m/s\ t - 1/2\ 9{,}81\ m/s^2\ t^2 \tag{1.45}$$

Hemos tomado como punto de referencia para indicar posiciones el punto de la ventana desde donde se lanza la pelota, sentido positivo hacia arriba. Empezamos a contar el tiempo en el momento en que se lanza la pelota.

Cuando la pelota alcanza la segunda ventana, $y = 7{,}0$ en (1.45) tenemos:

$$7{,}0\, m = 12\ m/s\ t - \ 1/2\ 9{,}81\ m/s^2\ t^2$$

Al resolver esta ecuación de segundo grado resulta $t = 0{,}960\ s$ y $t = 1{,}48\ s$. La pelota pasa en dos momentos distintos por el mismo punto, uno es a la subida y el otro a la bajada. La velocidad en cada uno de estos instantes es:

$$v_1 = 12\ m/s - 9{,}81\ m/s^2\ \cdot 0{,}960\, s = -2{,}58\ m/s$$

$$v_2 = 12\ m/s - 9{,}81\ m/s^2\ \cdot 1{,}48\, s = -2{,}51\ m/s$$

Cuando $t = 0{,}960\ s$, la velocidad es positiva, quiere decir que la pelota está subiendo. Cuando $t = 1{,}45\ s$, la velocidad negativa, la pelota está bajando, corresponde a un momento posterior al que la pelota ha alcanzado la altura máxima, se ha detenido instantáneamente y ha iniciado el descenso.

$t_1 = 0{,}96\, s$ $\qquad$ $t_2 = 1{,}5\, s$

$v_1 = 2{,}6\ m/s$ $\qquad$ $v_2 = 2{,}5\ m/s$

17. Desde un globo que asciende a una velocidad constante de 12 m/s se suelta un lastre. Al cabo de 10 s y referido al lastre:

a. ¿Qué velocidad tendrá?
b. ¿A qué distancia del punto de lanzamiento se encontrará?

c. ¿Qué distancia, medida sobre la trayectoria, habrá recorrido?

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: velocidad al cabo de determinado tiempo, desplazamiento en un intervalo de tiempo y desplazamiento sobre la medida de la trayectoria.

Ecuaciones de la velocidad y del desplazamiento: el lastre sale del globo con la misma velocidad que lleva este, por tanto $v_0 = 12\ m/s$.

$$v = v_0 + g\,t \qquad v = 12\ m/s - 9{,}81\ m/s^2\ t \qquad (1.46)$$

$$d = v_0\,\Delta t + 2\,g\,\Delta t^2 \qquad d = 12\ m/s\ \Delta t - 1/2\ 9{,}81\ m/s^2\ \Delta t^2 \qquad (1.47)$$

Hemos tomado como punto de referencia para indicar posiciones, la posición del globo en el momento en que se suelta el lastre, positivo para arriba. Como origen de tiempo se toma el momento en que sale el lastre del globo.

a. Velocidad para $t = 10\ s$.

Haciendo $t = 10\ s$ en (1.46) escribimos:

$$v_{10} = 12\ m/s - 9{,}81\ m/s^2 \cdot 10\,s = -86{,}1\ m/s$$

$$v_{10} = -86\ m/s$$

b. Haciendo $\Delta t = 10\ s$ en (1.47) tenemos:

$$d = 12\ m/s \cdot 10\,s - 1/2\ 9{,}81\ m/s^2 \cdot (10\,s)^2 = -37{,}05\,m$$

Distancia del punto de partida $3{,}7 \cdot 10^2\ m$, por debajo del punto de lanzamiento.

c. Distancia recorrida sobre la trayectoria.

La velocidad del lastre al salir del globo es 12 m/s, al cabo de 10s es –86 m/s, esto quiere decir, de acuerdo con el criterio de signos adoptado, que al principio el lastre asciende, se detiene y luego desciende.

Tiempo de ascenso. Haciendo $v = 0$ en (1.46) tenemos:

$$0 = 12\ m/s - 9{,}81\ m/s^2\ t \qquad t = 1{,}22\,s \qquad t_1 = 1{,}22\,s$$

Desplazamiento durante el ascenso en (1.47) tenemos:

$$d_1 = 12\ m/s \cdot 1{,}22\,s - 1/2\ \ 9{,}81\ m/s^2 \cdot (1{,}22\,s)^2 = 7{,}32\,m$$

Tiempo de descenso:

$$t_2 = 10\,s - 1{,}22\,s = 8{,}78\,s$$

Desplazamiento durante el descenso. Cuando inicia el descenso la velocidad inicial es cero, por tanto

$d_2 = -\ 1/2\ 9{,}81\ m/s^2\ \cdot (8{,}78\, s)^2 = -378{,}1\, m$

Distancia recorrida sobre la trayectoria = 7,32 m + 378,1 m = 385,42 m

Distancia recorrida $3{,}9 \cdot 10^2\ m$

18. Una pelota que desciende pasa por delante de una ventana de 1,40 de altura durante 0,10s.

a. ¿Cuál es la velocidad de la pelota en el punto más bajo de la ventana?
b. ¿De qué altura proviene? (La velocidad inicial de la pelota es cero)

Solución:

En esta situación problémica se desarrolla la competencia de establecer condiciones al determinar los valores de las cantidades físicas: velocidad de acuerdo a la altura y altura de acuerdo a la velocidad inicial del objeto.

a. Velocidad de la pelota.

Ecuaciones de la velocidad y de la posición:

$$v = v_0 + g\ m/s^2\ t \tag{1.48}$$

$$y = v_0\, t + \ 1/2\ g\ m/s^2\ t^2 \tag{1.49}$$

Tomaremos como origen para fijar posiciones la parte superior de la ventana, sentido positivo hacia abajo.

Para calcular la velocidad en (1.48) no conocemos la velocidad inicial. Podemos calcularla en (1.49), haciendo y = 1,40 m y t = 0,10 s.

$1{,}40\, m = v_0\, 0{,}10\, s + \ 1/2\ 9{,}81\ m/s^2\ \cdot (0{,}10\, s)^2$

$v_0 = 13{,}5\ m/s$

Esta es la velocidad cuando la pelota pasa por la parte superior de la ventana.

La ecuación de la velocidad es, por tanto:

$v = 13{,}5\ m/s + 9{,}81\ m/s^2\, t$

Cuando la pelota pasa por la parte inferior de la ventana han transcurrido 0,10s, la velocidad en este momento será:

$v = 13{,}5\ m/s + 9{,}81\ m/s^2\ \cdot 0{,}10\, s = 14{,}4\ m/s$
$v = 14\ m/s$

b. Altura de donde proviene la pelota.

Tomaremos ahora como referencia para fijar posiciones el punto de partida de la pelota y sentido positivo hacia abajo. Las ecuaciones del movimiento son:

$$v = 9{,}81\ m/s^2\ t \tag{1.50}$$

$$y = 1/2\ 9{,}81\ m/s^2\ \cdot t^2 \tag{1.51}$$

Para averiguar el tiempo que ha tardado la pelota en llegar al borde superior de la ventana, habrá que tener en cuenta que cuando llegue a este punto la velocidad es 13,5 m/s. En (1.50) tenemos:

$$13{,}5\ m/s = 9{,}81\ m/s^2\ t\ ; \quad t = 1{,}376\ s$$

Haciendo $t = 1{,}376\ s$ en (1.51) resulta:

$$y_{(1,38)} = 1/2\ 9{,}81\ m/s^2\ \cdot (1{,}376\ s)^2 = 9{,}28\ m$$

La pelota cae desde una altura de 9,3 m por encima de la parte superior de la ventana.

1.4.2 Construcción de modelos matemáticos

El siguiente grupo de situaciones problémicas es el resultado experimental durante el proceso de investigación en el aula de clases y el laboratorio, en donde se utilizó como material didáctico equipos de mecánica, Xplorer GLX complementado con el celular, memoria, Data Studio, computador para la adquisición de datos y luego de ser tabulados y graficados se procedió a analizar la relación entre las variables involucradas, para la construcción del modelo matemático del fenómeno físico en estudio.

1. De acuerdo a la función lineal Y=3X, construir la Tabla 1.1 de valores de la variable X con respecto a Y, graficar estos datos y explicar que información se puede inferir a partir de la gráfica.

Solución:

Este problema evalúa la competencia de interpretar situaciones puesto que a partir de la información de la Tabla 1.1. de valores obtenida, se debe construir una gráfica en el plano xy para establecer condiciones y deducir relaciones entre las variables involucradas.

Tabla 1.1 Valores provenientes de la solución de la función lineal Y=3X.

Y=	0,0	3,0	6,3	12	-4,5	-9,0	-14,4	-21,9
X=	0,0	1,0	2,1	4,0	-1,5	-3,0	-4,8	-7,3

Es claro que los valores que toma la variable X aquí son asignados arbitrariamente.

Al graficar estas variables en sendos ejes, perpendiculares entre sí, uno vertical para la variable Y y otro horizontal para la variable X se obtiene la Figura 1.5.

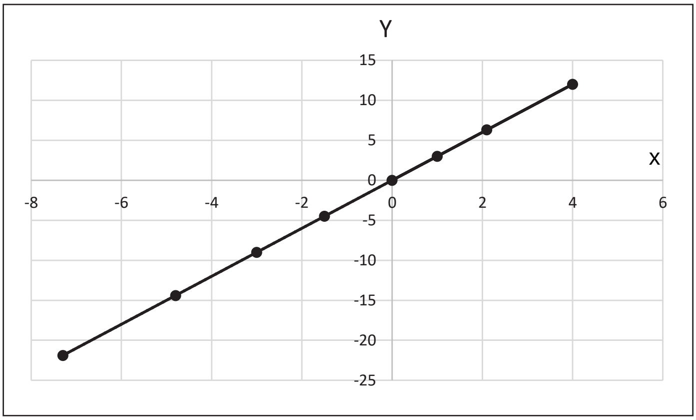


Figura 1.5: Gráfica de la ecuación Y=3X.

Se observa una sucesión de puntos a derecha e izquierda del origen de las coordenadas dando lugar a una línea perfecta, cruza el mismo origen y se prolonga hasta donde uno lo requiera o lo desee.

A partir de la forma de la gráfica se puede inferir gran cantidad de información asociada con ella, por ejemplo, que tipo de proporcionalidad se establece entre las variables, cuál es su pendiente, como calcular la ordenada al origen.

Matemáticamente: se empieza con la ecuación y a partir de ella se asignan valores a una de las variables para determinar la otra y con esos valores construir la gráfica respectiva, la cual resulta perfecta.

Éste es el camino usualmente seguido en las Matemáticas, sin embargo, para la Ciencia Física se propone un camino casi equivalente pero transitado en forma a inversa.

En Ciencias Básicas se parte del experimento, se miden propiedades fenomenológicas, u otras cantidades, generando los datos experimentales que luego de tabulados y graficados sugieren la relación entre las variables para finalmente construir las ecuaciones que modelan matemáticamente los fenómenos o eventos naturales.

De acuerdo con la Figura 1.6. y la Tabla 1.2. de datos obtenidos en el laboratorio, en donde actúa una fuerza horizontal Fx sobre la masa de 8Kg; grafique la aceleración de la masa de 8Kg contra Fx y determine el modelo matemático que representa la gráfica

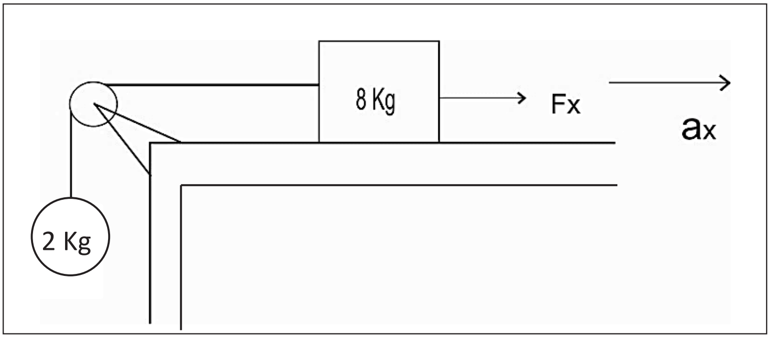


Figura 1.6: La fuerza horizontal Fx actúa sobre la masa de 8 Kg.

Tabla 1.2: Valores obtenidos experimentalmente de la fuerza Fx y la aceleración ax

Fx (N)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
ax (m/S^2)	-0.96	0.04	1.04	2.04	3.04	4.04	5.04	6.04	7.04	8.04

Solución:

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situación, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.2. de valores experimentales y la Figura 1.6, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas.

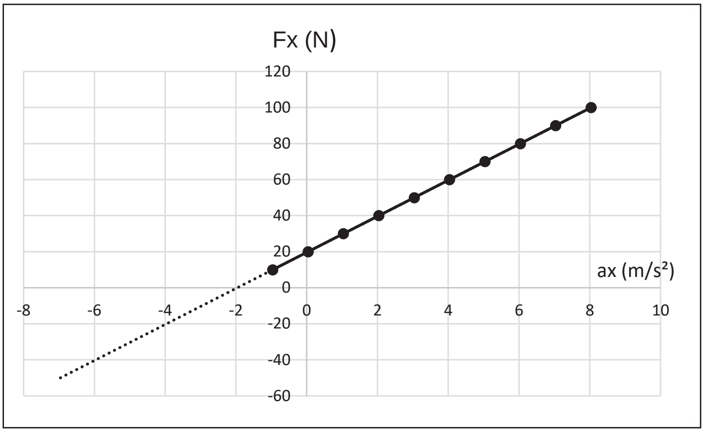


Figura 1.7: Gráfica de la aceleración ax contra la fuerza FX.

La Figura 1.7. representa una línea recta que corta el eje y o *Fx* en el punto *Fx* = 19,6N = *b*; por lo tanto, el modelo matemático es de la forma *Fx* = *k* · (*ax*) + *b* = *k* · (*ax*) + 19,6N ; en donde la pendiente:

$$K = \frac{F_{x\,final} - F_{x\,inicial}}{a_{x\,final} - a_{x\,inicial}} \tag{1.52}$$

$$K = \frac{60_N - 55_N}{4{,}04\ m/s^2 - 3{,}54\ m/s^2} = 10\ Kg$$

Por lo tanto, el modelo matemático que representa la gráfica es:

$$F_x = (10Kg) \cdot (a_x) + 19{,}6N \tag{1.53}$$

3. En el instante en que el tiempo $t = 0$, un leopardo ataca en línea recta a un antílope. Durante los primeros 2 segundos del ataque la coordenada X del leopardo varia con el tiempo de acuerdo con los valores experimentales presentados en la Tabla 1.3., graficar dichos valores y construir la ecuación o modelo matemático que representa dicha gráfica.

Tabla 1.3: Valores del desplazamiento (X) y el tiempo (t) transcurrido

t(s)	0	0.5	1	1.5	2.0
x(m)	200	21.25	25	31.25	40

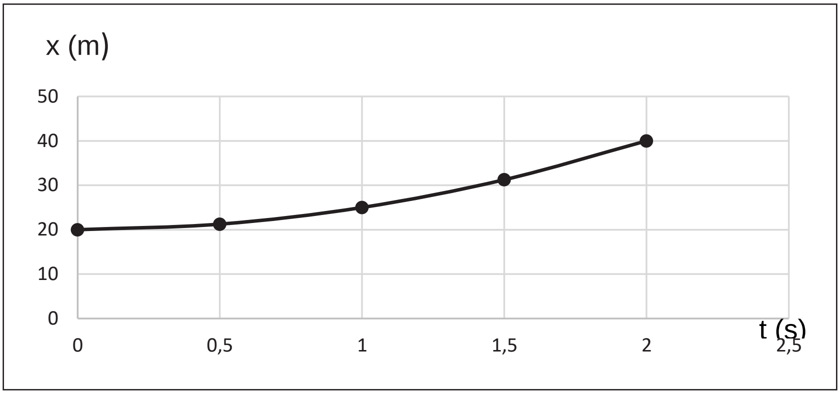


Figura 1.8: Gráfica del tiempo (t) contra el desplazamiento (x).

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situación, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.3 de valores experimentales y la Figura 1.8, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas.

Tabla 1.4: Valores del tiempo al cuadrado (t^2) y el desplazamiento (X)

$t^2(s^2)$	0	0.25	1	2.25	4.0
x(m)	20	21.25	25	31.25	40

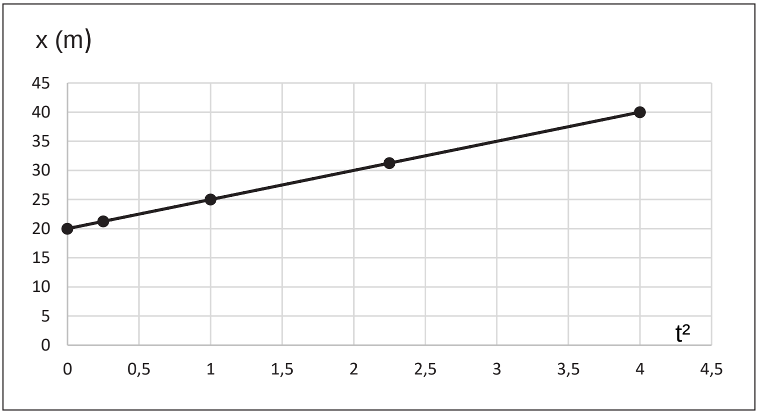


Figura 1.9: Gráfica de linealización de la curva, el tiempo al cuadrado (t^2) contra el desplazamiento (X)

La ecuación o modelo que representa la gráfica anterior es de la forma: $Y = mx + b$, donde m es la pendiente y $b = 20m$.

De acuerdo con la figura la pendiente de la curva es:

$$K = \frac{X_{final} - X_{inicial}}{t^2{}_{final} - t^2{}_{inicial}}$$

$$K = \frac{40m - 25m}{4s^2 - 1s^2} = \frac{15m}{3s} = 5\ m/s$$

Por lo tanto, el modelo matemático es de la forma $X = kt^2 + b$, donde $b = 20m$, luego entonces el modelo que representa la gráfica es

$$X = 5\ (m/s^2)\ t^2 + 20\ m \qquad (1.54)$$

4. La Tabla 1.5 presenta los valores tomados en el laboratorio relacionado con el movimiento unidimensional, del desplazamiento (x) contra el tiempo (t). Graficar y construir la ecuación o modelo matemático que representa dicha gráfica.

Tabla 1.5: Valores del desplazamiento (X) contra el tiempo (t) y (t^2)

t (s)	0	0.5	1	1.5	2	2.1	2.5	3	3.5	4	4.5	5
x (m)	0	2.5	10	22.5	40	44.1	62.1	90	112.5	160	202.2	250
t^2 (s^2)	0	0.25	1	2.25	4	4.4	6.2	9	12.25	16	20.25	25

Solución

En este problema se evalúa la competencia de interpretar situación, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.5 de valores experimentales y la Figura 1.10, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas.

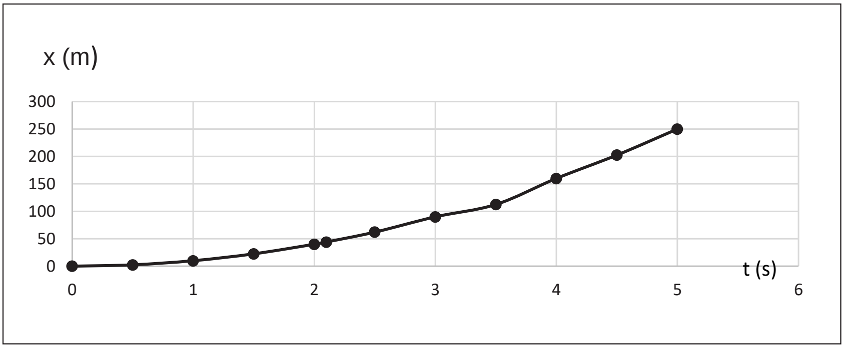


Figura 1.10: Gráfica de la parábola correspondiente a los valores de la tabla 1.5.

La figura 1.10 muestra la curva que representa el desplazamiento contra el tiempo.

La Figura 1.11 muestra la recta que representa el desplazamiento contra el tiempo al cuadrado (t^2) y linealiza la curva de la Figura 1.10.

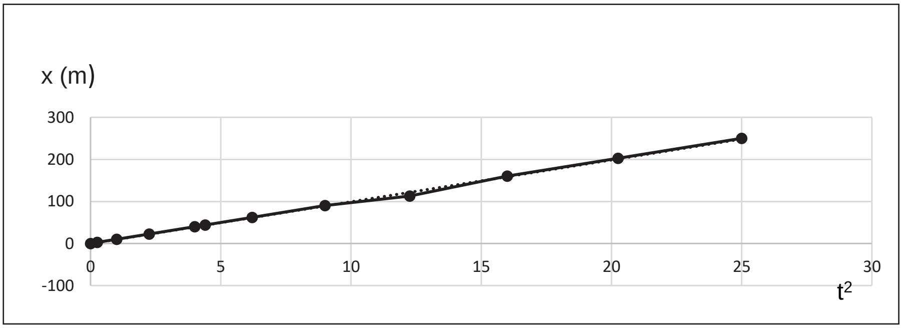


Figura 1.11: Linealización de la curva de la figura 1.10.

De acuerdo con la Figura 1.11 se tiene:

La pendiente

$$K = \frac{\Delta X}{\Delta t^2} = \frac{(22.5 - 2.5)m}{(2.25 - 0.25)s^2}$$

Entonces

$$K = \frac{20\ m}{2s^2} = 10\ m/s^2\ Cte.$$

La ecuación de la recta es de la forma: $X = Kt^2 + b$ donde $K=10 m/s^2$ Cte. Y $b=0$ puesto que pasa por el origen, por lo tanto, el modelo matemático que representa la gráfica en este experimento es:

$$X = (10\ m/s^2)t^2 \tag{1.55}$$

5. La Tabla 1.6 presenta los valores tomados en el laboratorio relacionado con el movimiento unidimensional, de la velocidad contra el tiempo. Graficar los valores y construir la ecuación o modelo matemático que representa dicha gráfica.

Tabla 1.6: Valores de la Velocidad (Vx) el tiempo (t) y (t^2)

t	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
V_x	-40	-5	20	35	40	35	20	-5	-40
t^2	16	9	4	1	0	1	4	9	16

Solución

De acuerdo con el enunciado del problema, en él se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.6 de valores experimentales y la Figura 1.12, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas.

La figura 1.12. Muestra la curva que representa la velocidad (Vx) contra el tiempo (t).

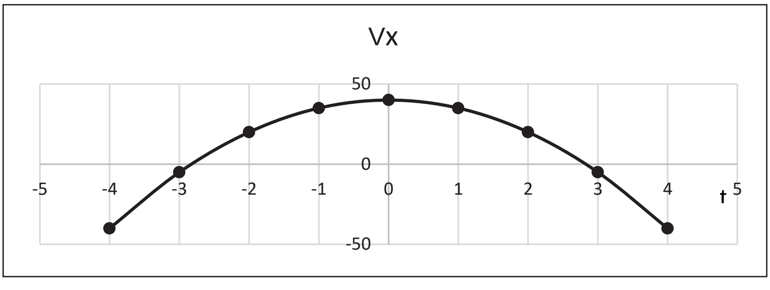


Figura 1.12: Gráfica de la curva correspondiente a los valores de la tabla 1.6.

La siguiente Figura 1.13. Muestra la recta que representa la velocidad (Vx) contra el tiempo al cuadrado (t^2) y linealiza la curva de la figura 1.12.

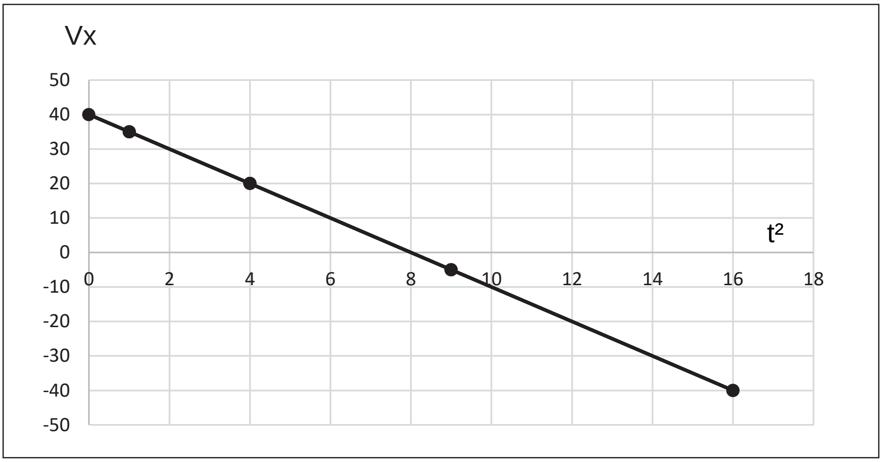


Figura 1.13: Linealización de la curva de la figura 1.12

De acuerdo con la figura 1.13., la pendiente es:

$$K = \frac{\Delta Vx}{\Delta\, t^2} = \frac{(35-20)\, m/s}{(1-4)s^2} = \frac{15\ m/s}{-\,3\ s^2} = \ -5\ m/s^2$$

La ecuación de la recta es de la forma $Vx=Kt^2+b$, donde K= -5m/s^2 y b=40m/s, por lo tanto, el modelo matemático que representa la gráfica es:

$$Vx = (-5\, m/s^2)\; t^2 + 40\, m/s \qquad (1.56)$$

6. Un auto se mueve hacia atrás y hacia adelante a lo largo de una línea recta considerada como eje x. De acuerdo con la Tabla 1.7 de valores de posición contra tiempo, graficar x contra t construir la ecuación o modelo matemático que representa la gráfica.

Tabla 1.7: Valores experimentales de posición (x) y el tiempo (t)

Posición del auto en varios tiempos						
Posición	A	B	C	D	E	F
t(s)	0	10	20	30	40	50
x(m)	30	52	38	0	-37	-56

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situación, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.7 de valores experimentales y la Figura 1.14, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas.

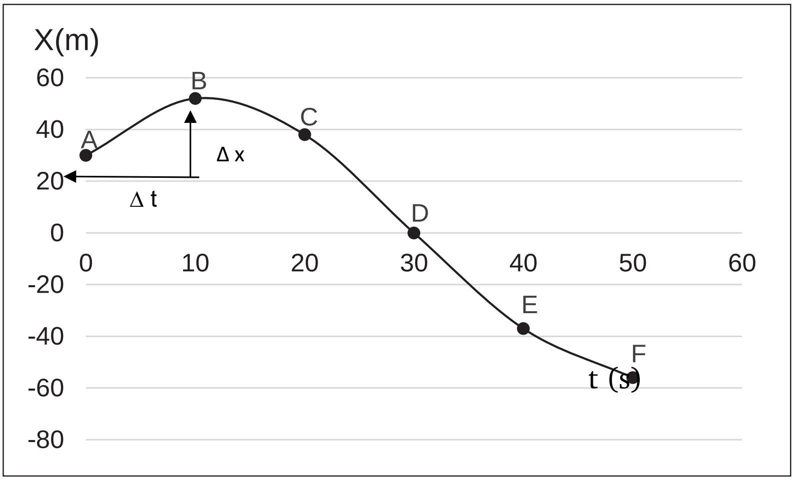


Figura 1.14: Gráfica de la curva correspondiente a los valores de la tabla 1.7.

Por método de mínimos cuadros, hallemos la ecuación de la curva.

$Y = a_0+a_1X+a_2X^2$

En este caso seria

$$X = a_0+a_1t+a_2t^2 \tag{1.57}$$

Remplacemos el punto A (0, 30) en la ecuación (1.57)

$30 = a_0+a_1(0) + a_2(0)^2$

$a_0 = 30$

Remplacemos el punto B: (10, 52) en la ecuación (1.57)

$52 = a_0+a_1 (10) + a_2(10)^2$

$52 = 30+10a_1+100a_2$ (1.58)

$22 = 10a_1+100a_2$

Remplacemos el punto C: (20, 38) en (1.57)

$X = a_0+a_1t+a_2t^2$

$38 = a_0+a_1 (20) + a_2(20)^2$

$38 = 30+20a_1+400a_2$
$8 = 20a_1+400a_2$ (1.59)

De las ecuaciones (1.58) y (1.59) se tiene:

$a_1 = 8\text{-}400a_2/20 = 2/5 - 20a_2$
$22 = 10a_1+100a_2$
$22 = 10(2/5 - 20a_2) + 100a_2$
$22 = 4-200a_2+100a_2$
$18 = -100a_2$
$a_2 = -0.18$ pero $a_1=2/5 - 20a_2$
$a_1 = 2/5 - 20(-0.18)$
$a_1 = 2/5 + 18/5 = 4$

La ecuación o modelo matemático de la curva posición – tiempo es

$X = 30 + 4\,t - 0.18\,t^2$ (1.60)

7. Una partícula se mueve a lo largo del eje X su coordenada x varia con el tiempo de acuerdo con la Figura 1.15 posición – tiempo, construir la ecuación o modelo matemático que representa dicha figura.

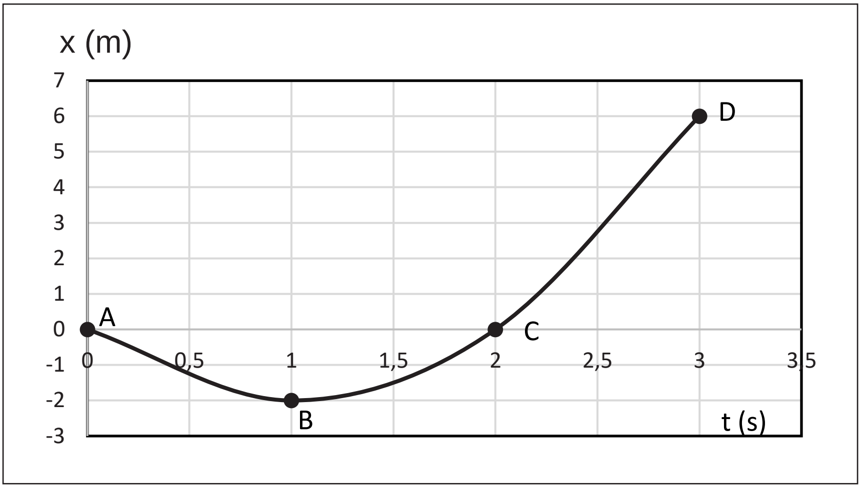


Figura 1.15: Gráfica de desplazamiento (X) contra el tiempo (t).

Solución:

En esta situación problémica, se evalúan la competencia de interpretar situaciones y establecer condiciones a partir de la información de la figura para relacionar las variables x y t de acuerdo con un Modelo Matemático.

Por método de mínimos cuadros, Hallemos la ecuación de la curva en la Figura 1.15 y de acuerdo con la ecuación (1.57). $x = a_0 + a_1\ t + a^2\ t^2$

Remplacemos el punto A (0, 0) en (1.57)

$0 = a_0+a_1(0) + a_2(0)^2$
$a_0= 0$

Remplacemos el punto B: (1, -2) en (1.57)

$-2= a_0+a_1(1) + a_2(1)^2$
$-2=a_1+a_2$ entonces $a_1 = -2 - a_2$

Remplacemos el punto D: (3, 6) en (1.57)

$6= a_0+a_1(3) + a_2(3)^2$
$a_0= 0$
$6= 3a_1+9a_2$

Pero $a_1= 2 - a_2$
$6= 3(-2-a_2) + 9a_2$
$6= -6-3a_2+9a_2$
$12=6a_2$
$a_2= 12/6 = 2$
$a_2=2$
$a_1=-2 - a_2$
$a_1=-2 - 2$
$a_1=-4$

La ecuación o modelo matemático de la gráfica posición tiempo de acuerdo con la ecuación (1.57) es:

$X= a_0+a_1t+a_2t^2$
$X=0+(-4)\ t+2t^2$

$$X=-4t+2t^2 \tag{1.61}$$

8. A continuación, presentamos la Tabla 1.8 los datos obtenidos en el laboratorio, de un móvil que se aleja del punto de referencia. Construir la gráfica para relacionar las variables x, t mediante un modelo matemático.

Tabla 1.8: Valores Experimentales de posición (x) y el tiempo (t) del móvil alejándose del punto de referencia

t(s)	1,5019	1,602	1,7021	1,8022	1,9023	2,0025	2,1026	2,2027	2,3028	2,4029	2,503	2,6031	2,7032
x(m)	0,663	0,699	0,735	0,771	0,808	0,844	0,88	0,917	0,953	0,989	1,025	1,061	1,097

Solución

En este problema se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.8 de valores experimentales y la Figura 1.16, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, x)

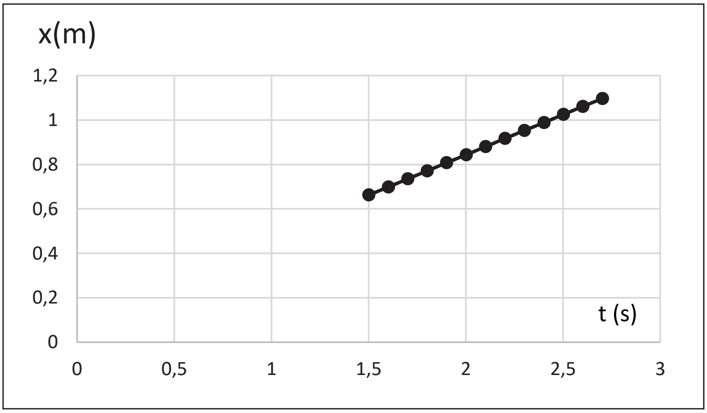


Figura 1.16: Gráfica correspondiente a la tabla 1.8 de posición (x) contra tiempo (t)

La Figura 1.16 representa un tramo lineal que tiene como pendiente 0.3617, y corta al eje vertical en el punto $x = 0{,}1196$ por lo tanto el modelo matemático obtenido a partir de dicha figura es:

$$X = 0.3617t + 0.1196 \tag{1.62}$$

9. Seguidamente se presenta la Tabla 1.9 correspondiente a los datos obtenidos en el laboratorio, de un móvil cuando se acerca al punto de referencia. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, x).

Tabla 1.9: Valores Experimentales de posición (x) y el tiempo (t) del movimiento lineal uniforme del móvil cuando se acerca al punto de referencia

t (s)	2,9048	3,0046	3,1044	3,2042	3,304	3,4038	3,5036	3,6034	3,7032	3,8031	3,9029	4,0027	4,1025	4,2023
x (m)	1,654	1,587	1,521	1,454	1,386	1,319	1,252	1,185	1,118	1,051	0,984	0,916	0,85	0,783

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.9 de valores experimentales y la Figura 1.17, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, x).

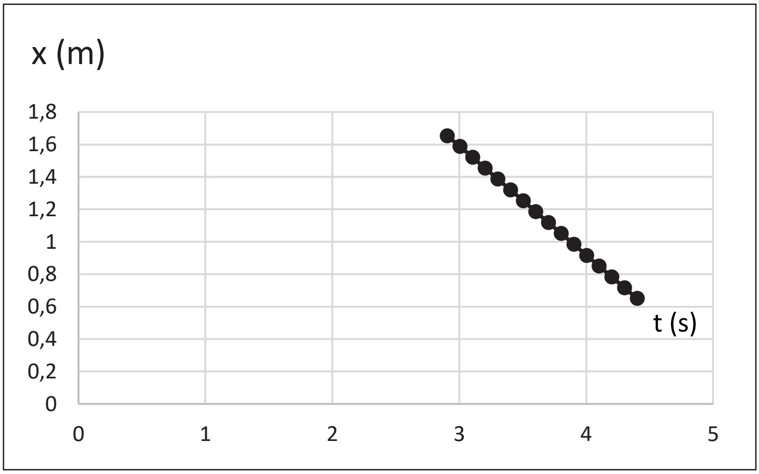


Figura 1.17: Gráfica correspondiente a la tabla 1.9.

La Figura 1.17 representa un tramo lineal que tiene como pendiente -0.6715 y cortando al eje vertical en el punto $x = 3{,}6047$, por lo tanto, el modelo matemático obtenido a partir de dicha figura es:

$$x = 0{,}6715t + 3{,}6047 \quad (1.63)$$

10. A continuación, presentamos la Tabla 1.10 los datos experimentales del móvil, cuando se aleja del punto de referencia respecto a la velocidad contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, v).

Tabla 1.10: Valores Experimentales de velocidad (m/s) y el tiempo (t) del movimiento lineal uniforme del móvil cuando se aleja del punto de referencia

t(s)	1,5019	1,602	1,7021	1,8022	1,9023	2,0025	2,1026	2,2027	2,3028	2,4029	2,503	2,6031
v(m/s)	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36

Solución:

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.10 de valores experimentales y la Figura 1.18, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, v).

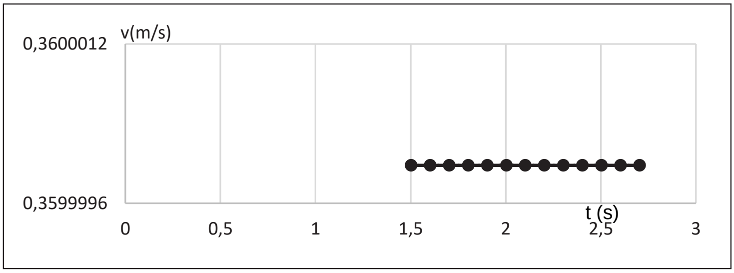


Figura 1.18: Gráfica correspondiente a la tabla 1.10.

La Figura 1.18 presenta un tramo lineal que tiene como pendiente 0 y corta al eje vertical en $b = 0.36\ m/s$ (velocidad constante), por lo tanto, el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$v = mt + b = b = 0.36\ m/s \tag{1.64}$$

11. La tabla 1.11 corresponde a los datos obtenidos en el laboratorio, de un móvil se acerca al punto de referencia respecto a la velocidad contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, v).

Tabla 1.11. Valores Experimentales de velocidad (m/s) y el tiempo (t) del movimiento lineal uniforme del móvil cuando se acerca al punto de referencia

t(s)	2,9048	3,0046	3,1044	3,2042	3,304	3,4038	3,5036	3,6034	3,7032	3,8031	3,9029	4,0027
v(m/s)	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67	-0,67

Solución:

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.11 de valores experimentales y la Figura 1.19, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, v).

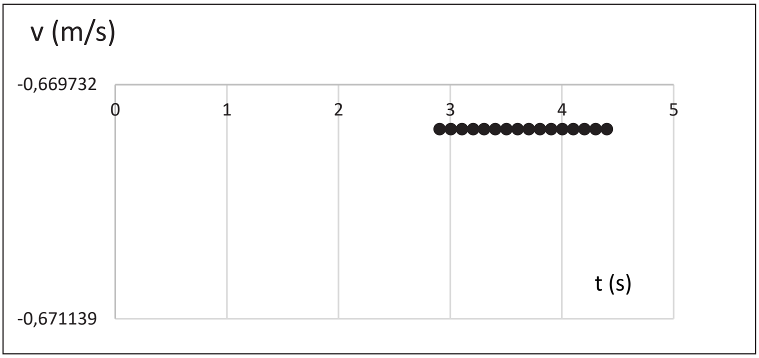


Figura 1.19: Gráfica correspondiente a la tabla 1.11.

La Figura 1.19 representa un tramo lineal que tiene como pendiente 0 y corta al eje vertical en b=-0.67m/s, por lo tanto, el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$V = mt + b = b = -0.67\ m/s \tag{1.65}$$

12. A continuación, presentamos en la tabla 1.12 los datos del móvil cuando se aleja del punto de referencia respecto a la aceleración contra el tiempo, no hay aceleración. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, a).

Tabla 1.12: Valores Experimentales de aceleración (m/s^2) y el tiempo (t) del movimiento lineal uniforme del móvil cuando se aleja del punto de referencia

t(s)	1,5019	1,602	1,7021	1,8022	1,9023	2,0025	2,1026	2,2027	2,3028	2,4029	2,503	2,6031
a(m/s/s)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.12 de valores experimentales y la Figura 1.20, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, a).

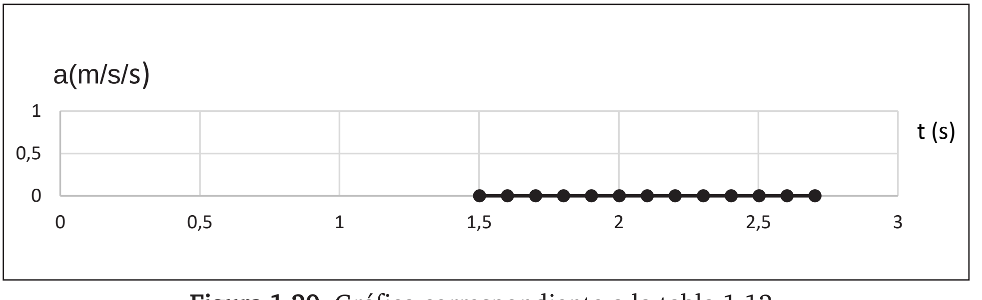


Figura 1.20. Gráfica correspondiente a la tabla 1.12.

La Figura 1.20 presenta un tramo lineal que tiene pendiente 0 y corta al eje vertical en, $a=0m/s^2$ (no hay aceleración), por lo tanto, el modelo matemático obtenido a partir de la gráfica es:

$$a = mt + b = 0m/s^2 \tag{1.66}$$

13. Seguidamente se presenta la Tabla 1.13 correspondiente a los datos del móvil cuando se acerca al punto de referencia respecto a la aceleración contra el tiempo (no hay aceleración). Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, a).

Tabla 1.13: Valores Experimentales de aceleración (m/s^2) y el tiempo (t) del movimiento lineal uniforme del móvil cuando se acerca al punto de referencia

t (s)	2,9048	3,0046	3,1044	3,2042	3,304	3,4038	3,5036	3,6034	3,7032	3,8031	3,9029	4,0027	4,1025
a (m/s^2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.13 de valores experimentales y la Figura 1.21, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, a)

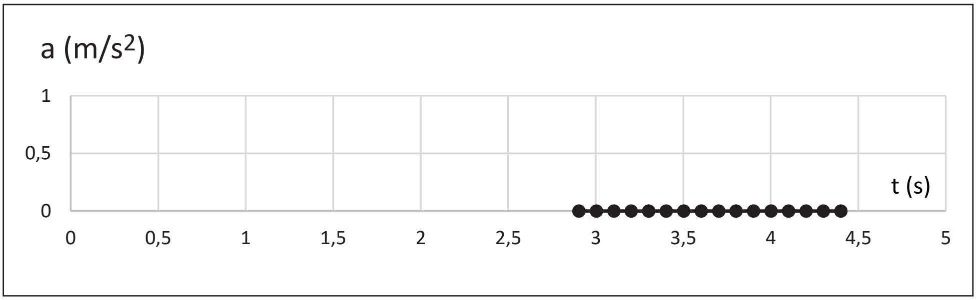


Figura 1.21. Gráfica correspondiente a la tabla 1.13.

La figura 1.21 presenta un tramo lineal que tiene como pendiente 0 y aceleración 0, por lo tanto, el modelo matemático obtenido a partir de dicha grafica es de la forma:

$$a = mt + b = 0\ m/s^2 \tag{1.67}$$

14. A continuación, presentamos en la Tabla 1.14 los datos del móvil cuando se aleja del punto de referencia respecto a la posición contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, x).

Tabla 1.14. Valores representativos experimentales de la posición respecto al tiempo

t (s)	1,8016	1,9017	2,0017	2,1018	2,2019
x (m)	0,55	0,574	0,598	0,623	0,65

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.14 de valores experimentales y la Figura 1.22, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, x)

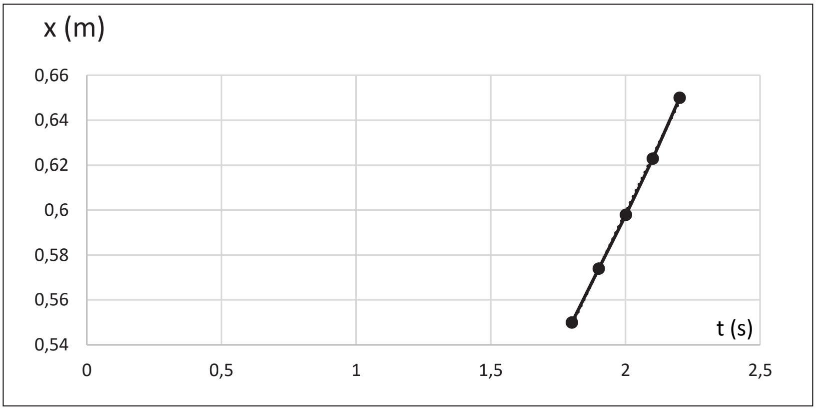


Figura 1.22. Gráfica correspondiente a la tabla 1.14.

La figura 1.22 representa un tramo lineal que tiene como pendiente 0.2488 y corta al eje vertical en $x = 0.1009$, su modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica se escribe de la siguiente forma:

$$x = 0.2488t + 0.1009 \qquad (1.68)$$

15. A continuación, presentamos la Tabla 1.15 los datos del móvil cuando se aleja del punto de referencia respecto a la velocidad contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, v).

Tabla 1.15. Valores experimentales de la velocidad respecto al tiempo

t(s)	2,302	2,402	2,5021	2,6022	2,7023	2,8024	2,9025	3,0026	3,1027	3,2028	3,3029	3,403
V(m/s)	0,27	0,28	0,29	0,3	0,31	0,32	0,33	0,34	0,35	0,36	0,37	0,38

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.15 de valores experimentales y la Figura 1.23, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, v).

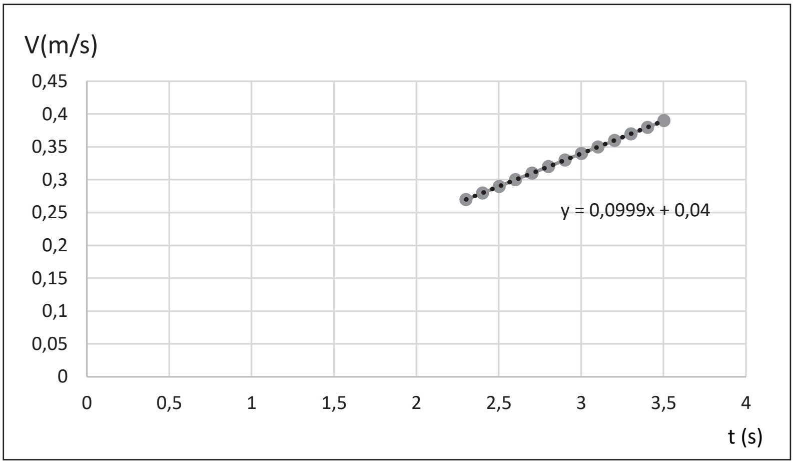


Figura 1.23. Gráfica correspondiente a la tabla 1.15

La figura 1.23 representa un tramo lineal que tiene como pendiente 0.0999 y corta al eje vertical en el punto $v = 0.04\ m/s$, su modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica se escribe en la siguiente forma:

$$v = 0.999t + 0.04 \qquad (1.69)$$

16. A continuación, presentamos en la Tabla 1.16 los datos del móvil cuando se aleja del punto de referencia respecto a la aceleración contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, a).

Tabla 1.16. Valores experimentales de la aceleración respecto al tiempo

t (s)	3,5031	3,6032	3,7034	3,8035	3,9036	4,0037	4,1038	4,204	4,3041	4,4042
a (m/s^2)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.16 de valores experimentales y la Figura 1.24, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, a).

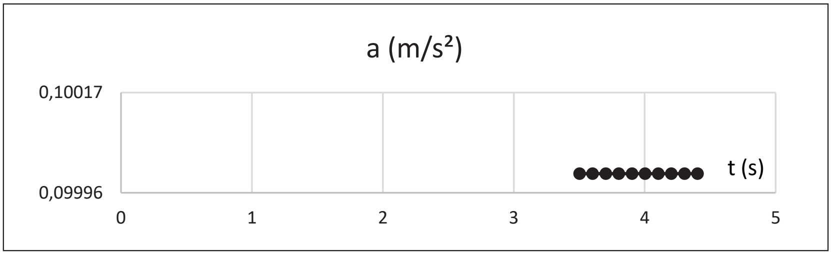


Figura 1.24. Gráfica correspondiente a la tabla 1.16.

La figura 1.24 presenta un tramo lineal con pendiente 0 y corta el eje vertical en $a = 0.1\ m/s^2$ por lo tanto el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$a = mt + b = b = 0.1\ m/s^2 \tag{1.70}$$

17. A continuación, presentamos la Tabla 1.17 los datos del móvil cuando se aleja del punto de referencia, respecto a la posición contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, x).

Tabla 1.17. Valores representativos experimentales de la posición respecto al tiempo

t (s)	0,152	0,2523	0,3526	0,4528	0,5531	0,6533	0,7536	0,8539	0,9541	1,0544	1,1546	1,2549
X (m)	0,692	0,785	0,877	0,969	1,06	1,151	1,24	1,329	1,417	1,504	1,591	1,677

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.17 de valores experimentales y la Figura 1.25, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, x).

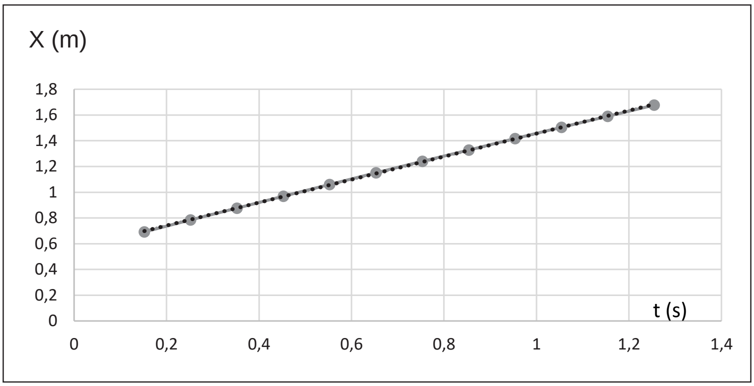


Figura 1.25. Gráfica correspondiente a la tabla 1.17.

La figura 1.25 representa un tramo lineal que tiene como pendiente 0.8933, y corta al eje vertical en x = 0,5626, entonces b = 0,5626 m, por lo tanto el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es de la forma:

$$x = 0.8933t + 0.5626 \quad (1.71)$$

18. A continuación, presentamos en la Tabla 1.18 los datos del móvil del tramo presentado en la figura respecto a la velocidad contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, v).

Tabla 1.18. Valores representativos experimentales de la velocidad con respecto al tiempo.

t (s)	0,152	0,2523	0,3526	0,4528	0,5531	0,6533	0,7536	0,8539	0,9541	1,0544	1,1546	1,2549
V (m/s)	0,93	0,92	0,92	0,91	0,91	0,9	0,89	0,88	0,87	0,86	0,87	0,84

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.18 de valores experimentales y la Figura 1.26, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, v).

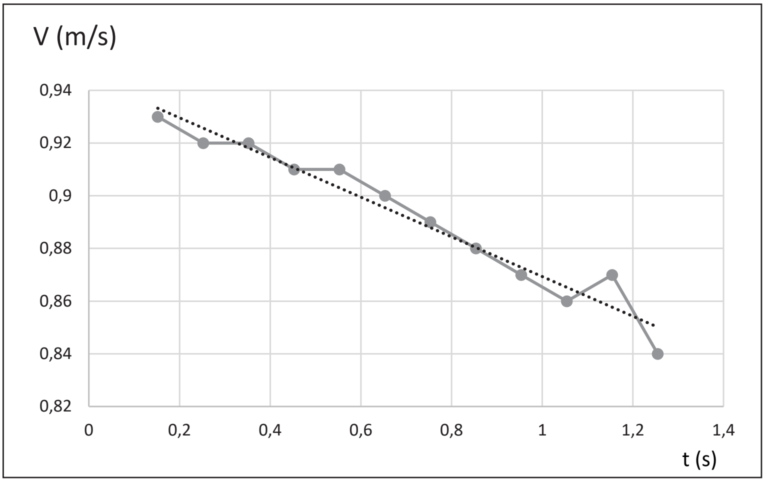


Figura 1.26. Gráfica correspondiente a la tabla 1.18.

La figura 1.26 representa un tramo lineal que tiene como pendiente -0.0753 y corta el eje vertical en x = 0,9447 m/s, por lo tanto el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$v = -0.753t + 0.9447 \quad (1.72)$$

19. A continuación, presentamos en la Tabla 1.19 los datos del móvil del tramo presentado en la figura respecto a la aceleración contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, a).

Tabla 1.19. Valores representativos experimentales de la aceleración con respecto al tiempo

t (s)	0,152	0,2523	0,3526	0,4528	0,5531	0,6533	0,7536	0,8539	0,9541	1,0544	1,1546	1,2549
a (m/s^2)	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	0	-0,1	-3,1

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.19 de valores experimentales y la Figura 1.27, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, a)

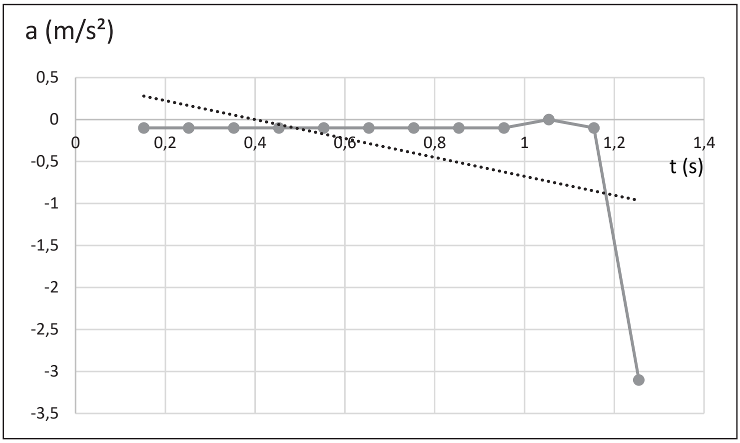


Figura 1.27. Gráfica correspondiente a la tabla 1.19.

La figura 1.27 representa un tramo lineal que tiene como pendiente -1.1264, y corta al eje vertical en el punto $a = 0{,}4507\ m/s^2$ por lo tanto el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$a = -1.1264t + 0.4507 \qquad (1.73)$$

20. Seguidamente se presenta la Tabla 1.20 los datos del móvil en un tramo, respecto a la posición contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, x).

Tabla 1.20. Valores representativos experimentales de la posición respecto al tiempo

t(s)	2,1549	2,2547	2,3545	2,4543	2,5541	2,6538	2,7536	2,8534	2,9532	3,0529	3,1527	3,2525	3,3523
x(m)	1,688	1,616	1,542	1,468	1,394	1,32	1,246	1,171	1,089	1,014	0,945	0,871	0,796

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.20 de valores experimentales y la Figura 1.28, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas (t, x).

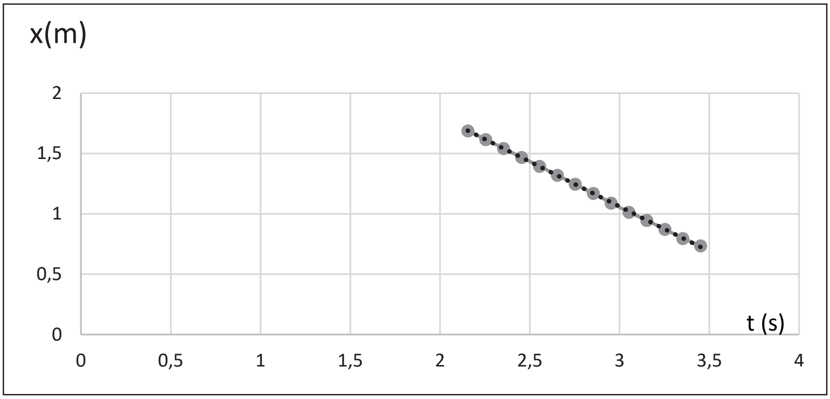


Figura 1.28. Gráfico correspondiente a la tabla 1.20.

La figura 1.28 representa un tramo lineal que tiene como pendiente -0.7437 y corta el eje vertical en el punto $x = 3.2918$, por lo tanto el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$X = -0.7437t + 3.2918 \tag{1.74}$$

21. A continuación, presentamos en la Tabla 1.21 los datos del móvil del tramo en el ejercicio anterior respecto a la velocidad contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, v).

Tabla 1.21. Valores representativos experimentales de la velocidad respecto al tiempo

t (s)	2,1549	2,2547	2,3545	2,4543	2,5541	2,6538	2,7536	2,8534	2,9532	3,0529	3,1527	3,2525	3,3523
V (m/s)	-0,72	-0,74	-0,74	-0,74	-0,74	-0,74	-0,75	-0,75	-0,88	-0,63	-0,75	-0,75	-0,75

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.21 de valores experimentales y la Figura 1.29, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas.

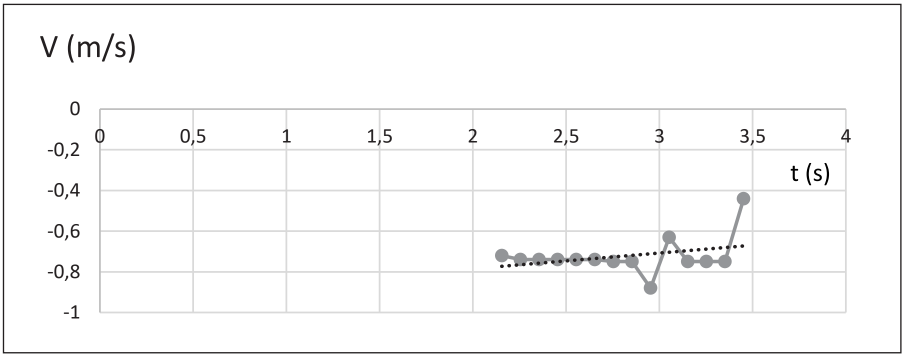


Figura 1.29. Gráfico correspondiente a la tabla 1.21.

La figura 1.29 presenta un tramo lineal que tiene como pendiente –0.7437 y corta el eje vertical en $v = -0{,}939\ m/s$, el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$v = -0.0771t - 0.939 \tag{1.75}$$

22. A continuación, presentamos en la Tabla 1.22 los datos del móvil del tramo en el problema anterior, respecto a la aceleración contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, a).

Tabla 1.22: Valores representativos experimentales de la aceleración respecto al tiempo

t (s)	2,1549	2,2547	2,3545	2,4543	2,5541	2,6538	2,7536	2,8534	2,9532	3,0529	3,1527	3,2525	3,3523
a (m/s^2)	-2,9	-0,1	0	0	0	0	0	-0,7	0,6	0,7	-0,6	0	1,6

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.22 de valores experimentales y la Figura 1.30, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas

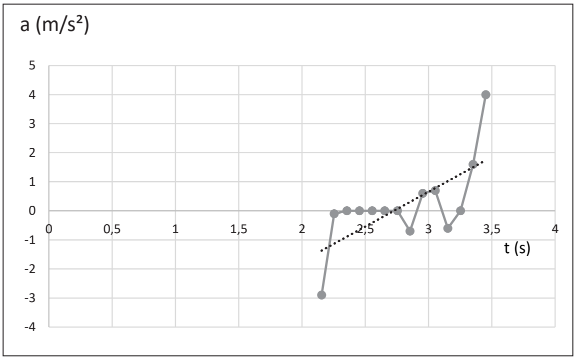


Figura 1.30. Gráfica correspondiente a la tabla 1.22.

La figura 1.30 representa un tramo lineal que tiene como pendiente -2.3966 y corta el eje vertical en $a = 6{,}5331\ m/s^2$ por lo tanto el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$a = -2.3966t - 6.5331 \tag{1.76}$$

23. Seguidamente se presenta en la Tabla 1.23 los datos del móvil en el tramo de la Figura 1.31, respecto a la posición contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, x).

Tabla 1.23: Valores representativos experimentales de la posición respecto al tiempo

t(s)	4,4521	4,5523	4,6525	4,7527	4,8529	4,9531	5,0533	5,1536	5,2537	5,3528	5,453	5,5533	5,6535
x(m)	0,73	0,779	0,854	0,929	1,003	1,077	1,151	1,223	1,282	1,323	1,378	1,42	1,462

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.23 de valores experimentales y la Figura 1.31, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas

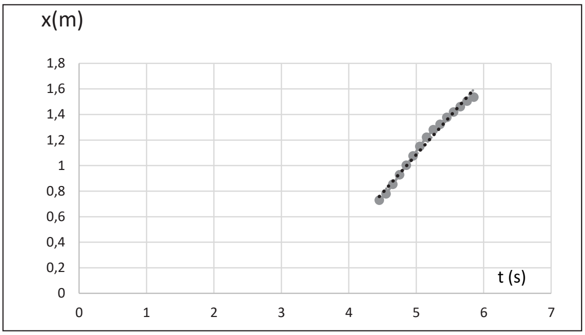


Figura 1.31. Gráfica correspondiente a la tabla 1.23

La figura 1.31 representa un tramo lineal que tiene como pendiente 0.5981 y corta el eje vertical en $x = -1.9052m$, el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$$X = 0.5981t - 1.9052 \tag{1.77}$$

24. A continuación, presentamos la Tabla 1.24 los datos del móvil del tramo presentado en la anterior figura, respecto a la velocidad contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, v).

Tabla 1.24: Valores representativos experimentales de la velocidad respecto al tiempo

t (s)	4,4521	4,5523	4,6525	4,7527	4,8529	4,9531	5,0533	5,1536	5,2537	5,3528	5,453	5,5533	5,6535
V (m/s)	0,24	0,75	0,74	0,75	0,72	0,75	0,73	0,72	0,47	0,76	0,76	0,75	0,74

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.24 de valores experimentales y la Figura 1.32, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas

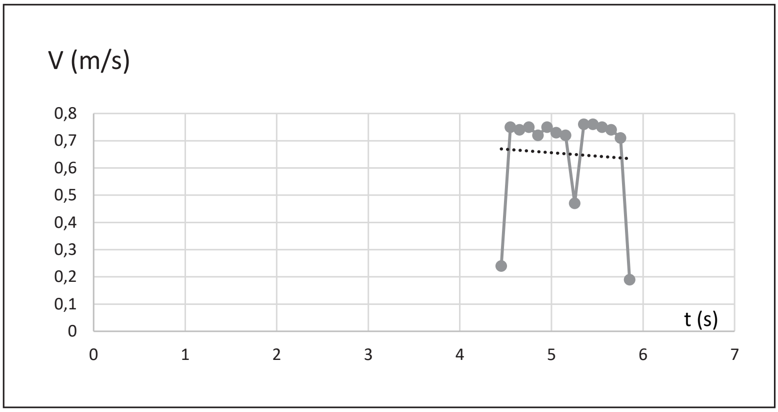


Figura 1.32. Gráfica correspondiente a la tabla 1.24.

La figura 1.32 representa un tramo lineal que tiene como pendiente -0.0253 y corta al eje vertical en $v = 0{,}7826\ m/s$, por lo tanto, el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es de la forma:

$V = -0.0253t + 0.7826$ (1.78)

25. A continuación, se presenta en la Tabla 1.25 los datos del móvil en el tramo presentado en la figura, respecto a la aceleración contra el tiempo. Construir la gráfica y establecer el modelo matemático entre las variables: (t, a).

Tabla 1.25: Valores representativos experimentales de la aceleración respecto al tiempo

t (s)	4,4521	4,5523	4,6525	4,7527	4,8529	4,9531	5,0533	5,1536	5,2537	5,3528	5,453	5,5533	5,6535
a (m/s^2)	3,7	2,5	0	-0,1	0	0	-0,2	-1,3	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	-0,2

Solución

En esta situación problémica se evalúa la competencia de interpretar situaciones, puesto que a partir de la información de la Tabla 1.25 de valores experimentales y la Figura 1.33, se establecen condiciones y se deducen las relaciones entre las variables involucradas

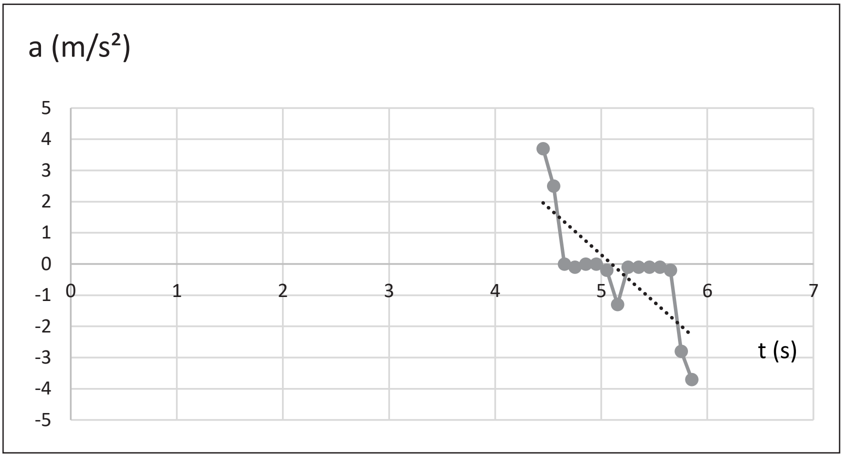


Figura 1.33: Gráfica correspondiente a la tabla 1.25

La figura 1.33 representa un tramo lineal que tiene como pendiente -3.0335 y corta al eje vertical en el punto $a = 15.465\ \frac{m}{s^2}$ por lo tanto el modelo matemático obtenido a partir de dicha gráfica es:

$a = -3.0335t + 15.465$ (1.79)

26. Una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea de acuerdo con la ecuación de posición: $X = 12 + 16\,t - 2\,t^2$

Donde X se mide en pies y t en segundos. Tome el sentido positivo hacia la derecha. Hallar:

a. La posición inicial
b. La velocidad inicial
c. ¿Se detendrá la partícula en algún instante? ¿En cuál?
d. La distancia recorrida a los 6 seg.
e. El desplazamiento de la partícula entre el instante inicial y los 10 seg.
f. La velocidad media en el intervalo comprendido entre 8 y 12 seg.
g. La aceleración media en el intervalo anterior.
h. Construir la Gráfica posición contra tiempo.

Solución

Para este problema se establecen condiciones puesto que se determinan valores de posición, velocidad, desplazamiento, tiempo y aceleración de la partícula. La acción o planteamiento correcto que debe realizar el estudiante es el siguiente:

a) $X = 12 + 16\,t - 2\,t^2$ (1.80)

$X_0 = 12 + 16\ \cdot 0 - 2 \cdot 0^2 = 12\ (pies)$

b) $V = \frac{dX}{dt} = 16 - 4\,t$ (1.81)

$V_0 = 16 - 4 \cdot 0 = 16\ (pies/seg)$

c) $V_0 = 0$ (para que el móvil se detenga)

Luego $\quad 16 - 4\,t = 0$

$t = 4$

d) De la ecuación (1.80) $\quad X_4 = 12 + 16\ \cdot 4 - 2 \cdot 4^2 = 44\ (pies)$

Como la aceleración es la derivada de la velocidad con respecto al tiempo, tenemos que:

$$a = \frac{dV}{dt} = -4 \quad pies/seg^2 \quad (constante)$$

$$X_2 = V\,t + \frac{1}{2}\,a\,t^2 \tag{1.82}$$

Presentamos a continuación la Figura 1.34,

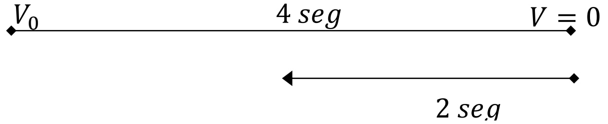


Figura 1.34: Posición de la partícula a lo largo de una trayectoria rectilínea

Pero $V = 0$ en este tramo, luego en (1.82) $X_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2^2 = -8\ (pies)$

Y como $X_6 = X_4 = X_2$

Entonces $X_6 = 44 + 8 = 52\ (pies)$ (distancia recorrida a los 6 seg)

e) Desplazamiento a los 10 seg. A continuación, se presenta la Figura 1.35.

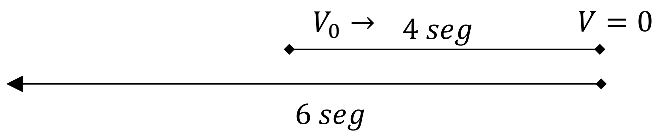


Figura 1.35: Posición de la partícula a lo largo de una trayectoria rectilínea a los 10 seg.

$X_{10} = 12 + 16 \cdot 10 - 2 \cdot 102 = -28\ [pies]$ (28 pies hacia la izquierda)

f) Velocidad media entre 8 y 18 seg.

$$\bar{V}_{12-8} = \frac{X_{12} - X_8}{12 - 8} \tag{1.83}$$

$$X_{12} = 12 + 16 \cdot 12 - 2 \cdot 12^2 = -84\ [pies]$$

$$X_8 = 12 + 16 \cdot 12 - 2 \cdot 8^2 = 12\ [pies]$$

Por lo tanto, de acuerdo con (1.83) $\bar{V}_{12-8} = \frac{-84 - 12}{12 - 8} = -24\ [pies/seg]$

g) Aceleración media entre 8 y 12 seg.

$$\bar{a}_{12-8} = \frac{V_{12} - V_8}{12 - 8} \tag{1.84}$$

$V_{12} = 16 - 4 \cdot 12 = -32\ [pies/seg]$

$V_8 = 16 - 4 \cdot 8 = -16\ [pies/seg]$

Por lo tanto, de acuerdo con (1.84): $\bar{a}_{12-8} = \frac{-32 - -16}{12-8} = -4\ [pies/seg]$

27. Un móvil parte del reposo y se mueve a lo largo de una carretera recta, de tal manera que su aceleración varía de acuerdo con la Figura (1.36).

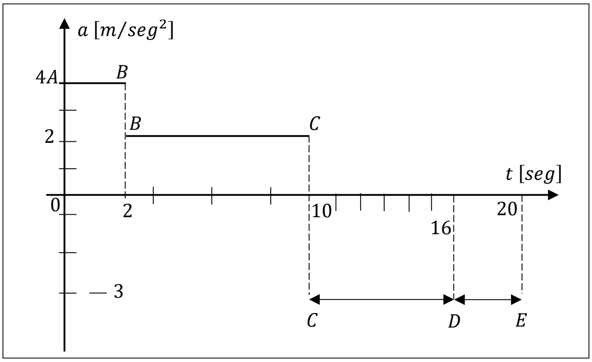


Figura 1.36: Representación gráfica del móvil partiendo del reposo a lo largo de una carretera recta

a. ¿Se detendrá el móvil? Si es así, ¿En qué instante, a partir del reposo, lo hace?
b. Calcular la distancia total recorrida.
c. Calcular el desplazamiento del móvil a los 20 seg.
d. Calcular el desplazamiento del móvil entre 6 y 16 seg.
e. La velocidad media del móvil entre $t = 3$ *seg.* y $t = 8$ *seg.*
f. La velocidad del móvil a los 15 seg.

Solución

En esta situación problémica, se interpreta el gráfico aceleración en función del tiempo y se establecen condiciones, puesto que se determinan los valores de las cantidades físicas, velocidad y aceleración en distintos intervalos de tiempo. La acción o planteamiento que debió utilizar el estudiante es el siguiente:

$$V_0 = 0$$

$$V_A = V_0 = 0$$

$$a_{AB} = 4\ [m/seg^2]$$

$$V_B = V_A + a_{AB}\, t = 0 + 4 \cdot 2 = 8\ [m/seg] \tag{1.85}$$

$$a_{AB} = 2\ [m/seg^2]$$

$$V_C = V_B + a_{BC}\, t = 8 + 2 \cdot 8 = 24\ [m/seg] \tag{1.86}$$

$$a_{CD} = -3\ [m/seg^2]$$

$$V_D = V_C + a_{CD}\, t = 24 - 30 = -6\ [m/seg] \tag{1.87}$$

a) Si, se detiene en algún punto del tramo *CD*

$$V = V_C + a_{CD} t \tag{1.88}$$

$0 = 24 - 3\, t$ de donde $t = 8\ [seg]$

Luego se detiene a los $2 + 8 + 8 = 18$ [*seg*] de comenzar el movimiento.

b) $$X_{CE} = \frac{v_E^2 - v_C^2}{2a_{CD}} = \frac{0-24^2}{2-3} = 96\ [m] \tag{1.89}$$

$$X_{ED} = V_E t + \frac{1}{2}\, a_{CD} t^2 = 0 - \frac{1}{2} \cdot 3\ \cdot 4 = \ -6\ [m] \tag{1.90}$$

A continuación, se muestra la Figura 1.37 que representa las posiciones del móvil a lo largo de la carretera en los distintos intervalos de tiempo.

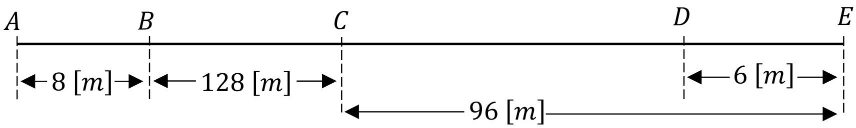


Figura 1.37: Posiciones del móvil a lo largo de la carretera en los distintos intervalos de tiempo.

Distancia total recorrida $= 8 + 128 + 96 + 6 = 238$ [*m*]

c) $$X_{AB} = \ V_A t + \frac{1}{2}\, a_{AB} t^2 = 0 + \frac{1}{2} \cdot 4\ \cdot 2^2 = \ 8\ [m] \tag{1.91}$$

$$X_{BC} = \ V_B t + \frac{1}{2}\, a_{BC} t^2 = 8 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 2\ \cdot 8^2 = \ 128\ [m] \tag{1.92}$$

$$X_{CD} = \ V_C t + \frac{1}{2}\, a_{CD} t^2 = 24 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 3\ \cdot 10^2 = \ 90\ [m] \tag{1.93}$$

Desplazamiento $= 8 + 128 + 90 = 226$ [*m*] hacia la derecha.

d) $$X_4 = \ V_B t + \frac{1}{2}\, a_{BC} t^2 = 8 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 2\ \cdot 4^2 = \ 48\ [m] \tag{1.94}$$

$$X_6 = \ X_2 + \ X_4 = \ 8 + 48 = 56\ [m] \tag{1.95}$$

$$X_6 = V_C t + \frac{1}{2}\, a_{CD}\ t^2$$ (en el tramo CD)

$$= 24\ \cdot 6 + 0{,}5\ \cdot\ -3\ \cdot 6^2$$
$$= 90\ [m]$$

$$\begin{aligned} X_{16} &= \ X_2 + \ X_8 + \ X_6 \\ &= 8 + 128 + 90 \\ &= 226\ [m] \end{aligned} \tag{1.96}$$

Desplazamiento entre 6 y 16 seg.

$$X_{16} - X_6 = 226 - 56 = 170\ [m] \qquad \text{hacia la derecha} \tag{1.97}$$

e) X_6 en el tramo BC

$$X_6 = 8 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2 = 84\ [m]$$

$$X_8 = X_2 + X_6 = 8 + 84 = 92\ [m] \tag{1.98}$$

X_1 en el tramo BC

$$X_1 = 8 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 9\ [m] \tag{1.99}$$

$$X_3 = X_2 + X_1 = 8 + 9 = 17\ [m] \tag{1.100}$$

Velocidad media entre *3* y *8* [*seg*] .

$$\bar{V} = \frac{X_8 - X_3}{t_8 - t_3} = \frac{92 - 17}{8 - 3} = 15\ [m/seg] \tag{1.101}$$

f) $V_{15} = V_{10} + a_{CD}t$ (1.102)

$$= 24 - (3) \cdot (5) = [24 - 15]\ m/seg$$

$$= 9\ [m/seg]$$

1.4.3 Leyes del movimiento

El siguiente grupo de problemas es el resultado del trabajo realizado en el aula de clases y en el laboratorio de física, utilizando como herramienta didáctica la pizarra, la tabla y equipo para la descomposición de fuerza, la caja mecánica, el sistema computacional y el Xplorer GLX, para el estudio de las Leyes de Newton

1. Un bloque de masa *m = 2,5 kg*, se encuentra en equilibrio estático colgado de tres cables. Determinar la tensión de los cables para las situaciones representadas en las Figuras 1.38 y 1.39.

Solución

En este problema el estudiante establece condiciones puesto que debe determinar los valores de las tensiones en los cables y sus componentes en cada figura.

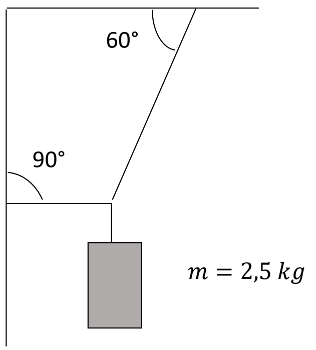


Figura 1.39: Bloque de masa *m = 2,5 kg,* colgado de tres cables en equilibrio estático.

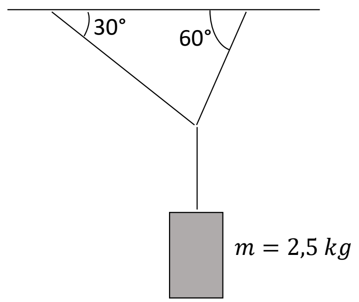


Figura 1.38: Bloque de masa *m = 2,5 kg,* colgado de tres cables en equilibrio estático.

El punto en el que confluyen los tres cables se encuentra en equilibrio estático, por lo que la suma de las fuerzas que actúan en este punto deberá ser igual a cero.

Así pues, para la Figura 1.38 tendremos:

Aplicando la condición de equilibrio, mirar la gráfica de La Figura 1.40

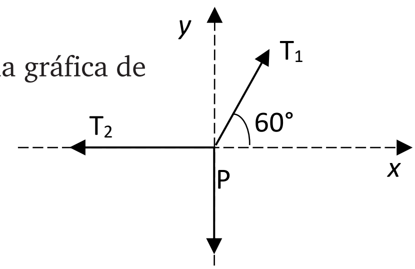


Figura 1.40: Tensiones T_1 y T_2 de la Figura (1.38) y representadas en el plano xy

$$\textstyle\sum_i F_{iy} = 0 \qquad (1.103)$$

$$+\uparrow\ T_1\ sen\ 60° - mg = 0 \qquad T_1 = \frac{2,5\ kg\ \cdot\ 9,81\ m/s^2}{sen\ 60°} = 28,2\ N$$

$$y \sum_i F_{ix} = 0 \qquad (1.104)$$

$$\overset{+}{\rightarrow}\ T_1 \cos 60° - T_2 = 0 \qquad T_2 = 28,3\ N\ \cdot \cos 60° = 14,2\ N$$

Las tensiones son $T_1 = 28\ N$ y $T_2 = 14\ N$.

Para la Figura 1.38:

Aplicando la condición de equilibrio, mirar la Gráfica de la figura 1.141.

$\sum_i F_{iy} = 0$

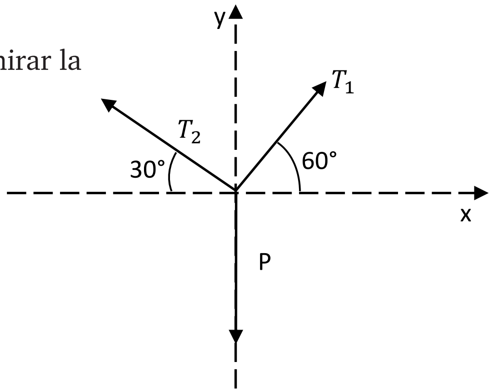


Figura 1.41: Tensiones T_1 y T_2 de la Figura (1.39) representadas en el plano *xy*

$$+\uparrow \; T_1 \, sen\, 60° + T_2 \, sen\, 30° - mg = 0 \tag{1.105}$$

$$y \sum_i F_{ix} = 0$$

$$\overset{+}{\rightarrow} \; T_1 \cos 60° - T_2 \cos 30° = 0 \qquad T_1 = \frac{T_2 \cos 30°}{\cos 60°} \tag{1.106}$$

Sustituyendo T_1 en (1.105):

$$T_2 \cos 30° \cdot tg\, 60° + T_2 \, sen\, 30° = mg \qquad T_2 = \frac{2{,}5\, kg \cdot 9{,}81\; m/s^2}{\cos 30° \cdot tg\, 60° + sen\, 30°} = 12{,}3\, N$$

Sustituyendo T_2 en (1.106):

$$T_1 = \frac{12{,}3\, N \cos 30°}{\cos 60°} = 21{,}3\, N$$

Las tensiones son $T_1 = 21\ N$ y $T_2 = 12\ N$.

2. Se pretende arrastrar una caja de masa $m = 55\ kg$, tirando de ella con una cuerda inclinada 45°. El coeficiente de rozamiento estático entre la caja y el suelo es $\mu_e = 0{,}90$ y el de rozamiento cinético $\mu_c = 0{,}80$. Figura 1.42.

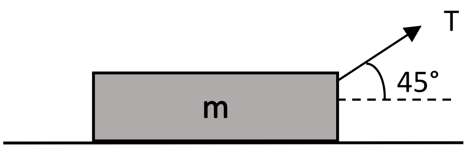


Figura 1.42: La figura representa una caja sometida a una tensión

a. Determinar la tensión necesaria para poner la caja en movimiento.
b. Calcular la tensión que se debe ejercer para mantener la caja deslizándose a velocidad constante.
c. Calcular el valor de la fuerza de fricción y de la normal cuando la tensión de la cuerda es de 100 N.

Solución

En esta situación problémica se establece condiciones, en donde se determinan las cantidades físicas: tensión, fuerza de fricción y el gráfico del cuerpo con las respectivas fuerzas.

a. En el siguiente diagrama se detallan las fuerzas que actúan sobre la caja. Figura 1.43

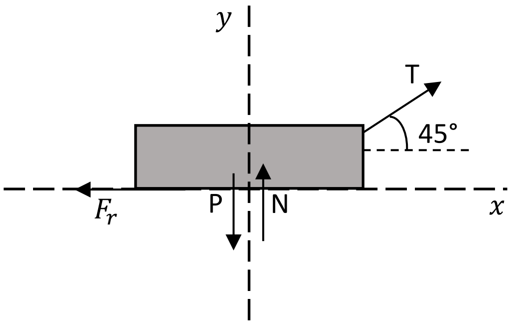


Figura 1.43: Representación gráfica de las tensiones y las fuerzas que actúan sobre la caja en el plano *x y.*

Supondremos una situación de movimiento inminente, es decir

$$\sum_i \vec{F_i} = 0 \qquad (1.107)$$

Y la fuerza de fricción estática F_e, igual a su valor máximo $F_{e\,max} = \mu_e$ N.
En esta situación

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum_i F_{ix} = 0 \qquad T\cos 45° - F_{e\,max} = 0 \qquad F_{e\,max} = \mu_e N \qquad (1.108)$$

$$+\uparrow \sum_i F_{iy} = 0 \quad T\,sen\,45° + N - mg = 0 \qquad (1.109)$$

De la ecuación (1.109) se deduce que $N = mg - T\,sen\,45°$ y por tanto en (1.88) se tiene:

$$F_{e\,max} = \mu_e\,(mg - T\,sen\,45°).$$

Sustituyendo este valor en (1.108):

$$T\cos 45° - \mu_e\,(mg - T\,sen\,45°) = 0$$

$$T = \frac{\mu_e\,mg}{\cos 45° + \mu_e\,sen\,45°}$$

$$T = \frac{0{,}90\ \cdot 55\,kg\ \cdot 9{,}81\ m/s^2}{\cos 45° + 0{,}90\,sen\,45°} = 361\,N \qquad T = 0{,}36\,kN$$

b. Cuando la caja se encuentra en movimiento a velocidad constante, la fuerza resultante sigue siendo cero. Ahora, a diferencia del caso anterior, como existe un movimiento relativo de la superficie de la caja con respecto al suelo, el rozamiento será de tipo cinético. Aplicando la primera ley de Newton:

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum_i F_{ix} = 0 \qquad T\cos 45° - \mu_c\,N = 0 \qquad (1.110)$$

$$+\uparrow \sum_i F_{iy} = 0 \qquad T\,\mathrm{sen}\,45° + N - mg = 0 \qquad (1.111)$$

La tensión necesaria para mantener la caja moviéndose a velocidad constante será:

$$T = \frac{\mu_c\,mg}{\cos 45°\,\mu_c\,sen\,45°}$$

$$T = \frac{0{,}80\ \cdot\ 55\,kg\ \cdot 9{,}81\ m/s^2}{\cos 45°\ + 0{,}80\,sen\,45°} = 0{,}34\,kN$$

c. Cuando la tensión ejercida es de 100 N la caja permanecerá en reposo, por ser este valor inferior al calculado anteriormente para ponerla en movimiento. Entonces la fuerza de fricción será de tipo estático e inferior al valor de la fuerza de fricción estática máxima $F_e < \mu e\,N$.

La descomposición de fuerza será:

$$\overset{+}{\rightarrow} \sum_i F_{ix} = 0 \qquad T\cos 45° - F_e = 0 \qquad F_e = T\cos 45° = 100\,N\cos 45° = 71\,N \qquad (1.112)$$

$$+\uparrow \sum_i F_{iy} = 0 \quad T\,sen\,45° + N - mg = 0 \quad N = mg - T\,sen\,45° \quad (1.113)$$

$$N = 55\,kg\ \cdot 9{,}81\ m/s^2 - 100\,N\ \cdot sen\,45° = 0{,}47\,kN$$

3. El sistema de la figura 1.44 está en equilibrio estático. La masa de las poleas y la cuerda es despreciable. ¿Cuál será la relación entre m_1 y m_2?

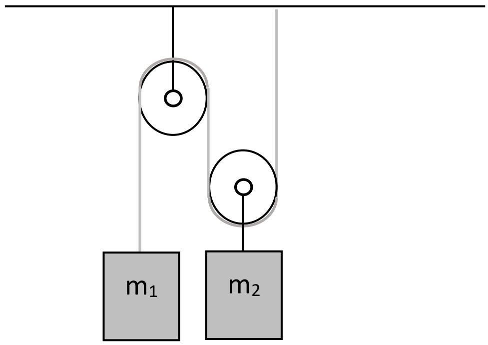


Figura 1.44: Representación gráfica de las poleas y las masas m_1 y m_2 a través de una cuerda sujeta a un soporte fijo

Solución

En esta situación problémica se establece condiciones, en donde se determinan las cantidades físicas para relacionar las masas m_1 y m_2.

En la siguiente figura 1.45 se presentan las fuerzas que actúan sobre los dos bloques y la polea unida al bloque 2.

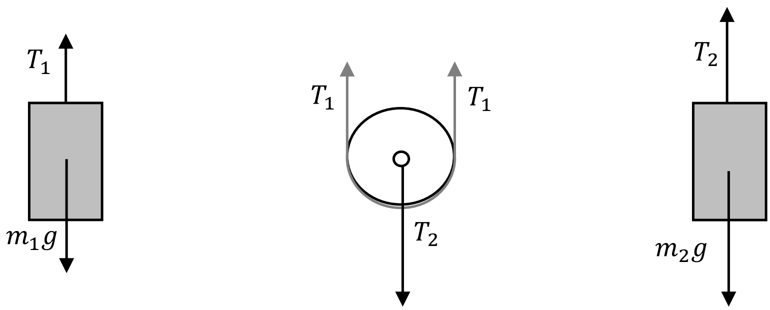


Figura 1.45: Diagramas de cuerpo libre para la polea y las masas m_1 y m_2

Dado que el sistema está en equilibrio, la suma de las fuerzas que actúa sobre cada uno de los cuerpos será cero.

Bloque 1:

$$+\uparrow \sum_i F_{iy} = 0 \qquad T_1 - m_1 g = 0 \qquad T_1 = m_1 g \tag{1.114}$$

Polea:

$$+\uparrow \sum_i F_{iy} = 0 \qquad 2T_1 - T_2 = 0 \qquad T_2 = 2T_1 \tag{1.115}$$

Bloque 2:

$$+\uparrow \sum_i F_{iy} = 0 \qquad T_2 - m_2 g = 0 \qquad T_2 = m_2 g \tag{1.116}$$

Sustituyendo el valor de T_2 deduciendo en (1.115) en la ecuación (1.116) $T_1 \frac{m_2 g}{2}$ y sustituyendo T_1 en (1.114) se obtiene $\frac{m_2 g}{2} = m_1 g$ de donde se sigue que $m_2 = 2m_1$.

4. Dos cuerpos de masas $m_A = 3{,}0\ kg$ y $m_B = 1{,}0\ kg$ están unidos mediante una cuerda inextensible de masa despreciable que pasa a través de una polea. Considérese nula masa de la polea y la fricción de la cuerda con la misma. Determinar la aceleración de los cuerpos y la tensión de la cuerda.

Solución

En esta situación problémica se establecen condiciones, en donde se determinan las cantidades físicas: aceleración y tensión en la cuerda.

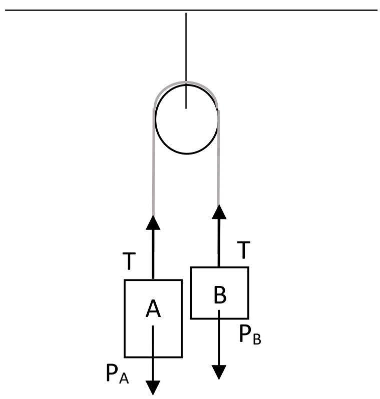


Figura 1.46: Dos cuerpos A y B unidos mediante una cuerda inextensible de masa despreciable que pasa a través de una polea

La aceleración de ambos cuerpos es la misma ya que están unidos por una cuerda inextensible.

En la figura 1.46 se presentan las fuerzas que actúan sobre los cuerpos A y B.

Cuerpo A:

$$+\downarrow \sum_i F_y = ma_y \qquad m_A g - T = m_A a \tag{1.117}$$

Cuerpo B:

$$+\uparrow \sum_i F_y = ma_y \qquad T - m_B g = m_B a \tag{1.118}$$

Sumando las expresiones (1.117) y (1.118) se obtiene $(m_A - m_B)g = (m_A - m_B)a$, y en consecuencia:

$$a = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} = \frac{3{,}0\ kg - 1{,}0\ kg}{3{,}0\ kg + 1{,}0\ kg} \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 4{,}91\ m/s^2$$

Sustituyendo la aceleración en (1.117) y despejando la tensión:

$$T = \frac{2\,m_A - m_B}{m_A + m_B} g = \frac{2 \cdot 3{,}0\ kg\ \cdot 1{,}0\ kg}{3{,}0\ kg + 1{,}0\ kg} \cdot 9{,}81\ m/s^2 = 14{,}7\ N$$

La aceleración $a = 4{,}9\ m/s^2$ y la tensión $T = 15\ N$.

5. Un avión de juguete de masa 0,15 kg pende de un hilo de 0,50 m de longitud. El avión lleva un pequeño motor que lo pone en movimiento. Cuando se pone en marcha el motor, el avión describe una trayectoria circular de radio 0,30m. Determinar el módulo de la velocidad del avión. Figura 1.47

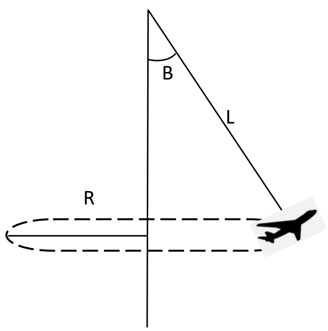


Figura 1.47: Un avión de juguete pendiendo de un hilo de longitud *L* describiendo una trayectoria circular

Solución

En esta situación problémica se establece condiciones, en donde se determina la cantidad física velocidad.

Las fuerzas que actúan sobre el avión son, como muestra la siguiente Figura 1.48, el peso y la tensión de la cuerda.

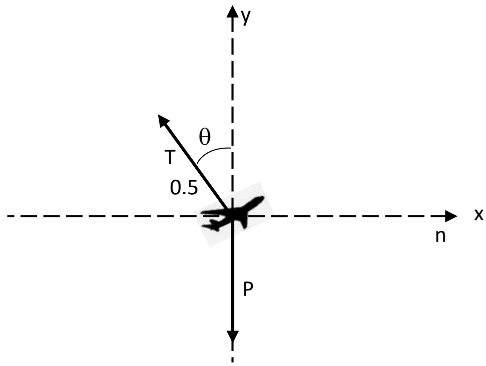


Figura 1.48: Presentación gráfica del peso y la tensión de la cuerda en el plano *xy*

El ángulo θ se puede determinar muy fácilmente considerando que:

$$\theta = arcsen\frac{0,3}{0,5} = 36,9°$$

Aplicando la segunda ley de Newton, en dirección horizontal:

$$+\leftarrow \sum_i F_{in} = ma_n \qquad T\,sen\,\theta = m\frac{v^2}{R} \tag{1.119}$$

En dirección vertical:

$$+\uparrow \sum_i F_{iy} = ma_y \Rightarrow T\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$$

Sustituyendo la expresión de la tensión en (1.119) y despejando la velocidad:

$$v = \sqrt{R\,g\,tg\,\theta} = \sqrt{0,30\,m\cdot 9,81\,m/s^2\cdot tg\,36,9°} = 1,49\,m/s \qquad v = 1,5\,m/s$$

6. Determinar la velocidad máxima que puede llevar el automóvil que circula por una curva de radio *R* peraltada con un ángulo θ. Considérese despreciable la fricción entre el automóvil y la carretera. Figura 1.49

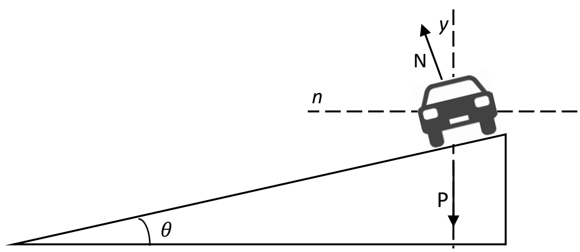


Figura 1.49: Representación gráfica del auto circulando por una curva de radio *R* peraltada con un ángulo θ.

Solución

En esta situación problémica se establece condiciones, en donde se determina la cantidad física velocidad máxima.

Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\overset{+}{\leftarrow} \sum_i F_{in} = ma_n \qquad N\,sen\,\theta = m\frac{v^2}{R} \tag{1.120}$$

$$+\uparrow \sum_i F_{in} = ma_y \qquad N\cos\theta - mg = 0 \qquad N = \frac{mg}{\cos\theta} \tag{1.121}$$

Sustituyendo la expresión de N en (1.100) despejando *v* se deduce

$v_{max} = \sqrt{R\,g\,tg\,\theta}$. Obsérvese que la velocidad máxima no depende de la masa del automóvil.

7. Un bloque que se jala sobre una superficie sin fricción de 6.0 kg de masa, inicialmente en reposo, se jala hacia la derecha, a lo largo de una superficie horizontal sin fricción, mediante una fuerza horizontal constante de 12 N. Encuentre la rapidez del bloque después de que se ha movido 3.0 m. Figura 1.50

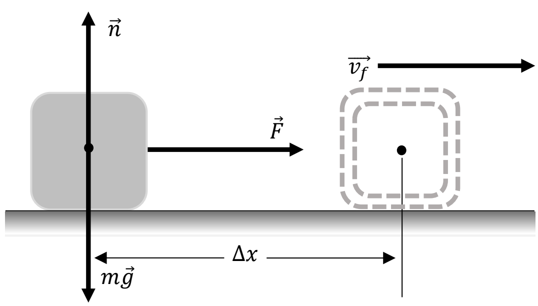


Figura 1.50: Bloque que se jala hacia la derecha sobre una superficie sin fricción mediante una fuerza horizontal constante

Solución

En esta situación problémica se jala el bloque a través de una mesa con una banda elástica horizontal unida al frente del carro. La fuerza se mantiene constante al asegurar que la banda elástica estirada siempre tiene la misma longitud. También se establecen condiciones, en donde se determina la cantidad física velocidad.

Se podrían aplicar las ecuaciones de cinemática para determinar la respuesta, pero practique la aproximación de energía. El bloque es el sistema y tres fuerzas externas actúan en el sistema. La fuerza normal equilibra la fuerza gravitacional en el bloque y ninguna de estas fuerzas que actúan verticalmente realiza trabajo sobre el bloque porque sus puntos de aplicación se desplazan horizontalmente.

La fuerza externa neta que actúa sobre el bloque es la fuerza horizontal de 12 N.

El trabajo invertido por esta fuerza en el bloque:

$$W = F\Delta x = (12\ N)(3.0\ \ m) = 36\, J \tag{1.122}$$

El teorema trabajo-energía para el bloque y note que su energía cinética inicial es cero:

$$W = \ K_f - \ K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - 0 \tag{1.123}$$

Para v_f

$$v_f = \ \sqrt{\frac{2W}{m}} = \ \sqrt{\frac{3\ (36\ J)}{6.0\ kg}} = 3.5\ \ m/s \tag{1.124}$$

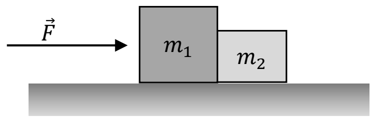
Si se jala más fuerte, el bloque debe acelerar a una cierta rapidez en una distancia más corta, así que se espera $\Delta x < \Delta x$. En ambos casos, el bloque experimenta el mismo cambio en energía cinética ΔK. Matemáticamente, a partir del teorema trabajo-energía, se encuentra que

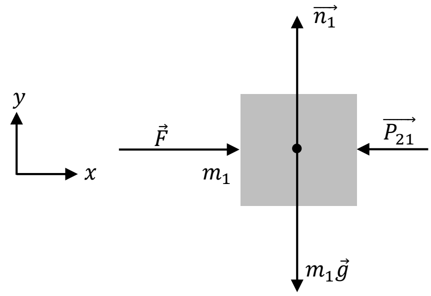
$$W = \ F\ \Delta x = \ \Delta K = F\Delta x \tag{1.125}$$

$$\Delta x = \frac{F}{F}\ \Delta x = \frac{F}{2F}\ \Delta x = \frac{1}{2}\Delta x \tag{1.126}$$

Y la distancia es más corta, como se sugiere por el argumento conceptual.

8. Un bloque empuja a otro: Dos bloques rectangulares de masas m_1 y m_2, con $m_1 > m_2$, se colocan en contacto mutuo sobre una superficie horizontal sin fricción. Una fuerza horizontal constante $\vec{F}$ se aplica a m_1 como se muestra en la figura.

a)


b)


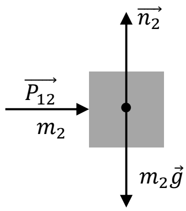
c)


Figura 1.51: La gráfica a) representa los dos bloques de masa m_1 y m_2. Y las gráficas b) y c) representan los diagramas de cuerpo libre para los bloques de masa m_1 y m_2.

Solución

En esta situación problémica se establece condiciones, en donde se determinan las cantidades físicas: aceleración y magnitud de la fuerza de contacto.

a) Encuentre la magnitud de la aceleración del sistema.

$$\sum F_x = F = (m_1 + m_2)a_x \tag{1.127}$$

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2} \tag{1.128}$$

La aceleración conocida por la ecuación (1.128) es la misma que la de un solo objeto de masa $m_1 + m_2$ y sometida a la misma fuerza.

b) Determine la magnitud de la fuerza de contacto entre los dos bloques.

Se aplica la segunda ley de Newton a m_2: y P_{12} es la fuerza de contacto, de acuerdo con la ecuación (1.127):

$$\sum F_x = P_{12} = m_2 a_x \tag{1.129}$$

Sustituya el valor de la aceleración a_x que proporciona la ecuación (1.128):

$$P_{12} = m_2 a_x = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F \tag{1.130}$$

Se aplica la ley de Newton a m_1, y además de la tercera ley de Newton, P_{21} es la fuerza de reacción a P_{12}, por lo tanto: $P_{21} = P_{12}$.

$$\sum F_x = F - P_{21} = F - P_{12} = m_1 a_x \tag{1.131}$$

Resuelva P_{12} y sustituya el valor de a_x de la ecuación (1.131):

$$P_{12} = F - m_1 a_x = F - m_1 \left(\frac{F}{m_1 + m_2}\right) = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$$

Este resultado concuerda con la ecuación (1.130), como debe ser.

1.4.4 Trabajo, Potencia y Energía

En esta sección tratamos los conceptos y situaciones problémicas relacionadas con el trabajo, potencia y energía, para que el estudiante los estudie, los analice y los pueda experimentar con las herramientas didácticas existentes en el laboratorio.

1.4.4.1 Concepto de trabajo

El trabajo invertido sobre un sistema por un agente que ejerce una fuerza constante sobre el sistema es el producto de la magnitud de la fuerza y la magnitud del desplazamiento y el coseno de θ, donde θ es el ángulo entre los vectores fuerza y desplazamiento

$$W = F \cdot \Delta r \cos\theta \tag{1.132}$$

Si $\theta = 0$ entonces $W = F \cdot \Delta r$

De acuerdo con el producto escalar se tiene:

$$W = F \cdot \Delta r \cos\theta = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

Trabajo efectuando por una fuerza variable.

El trabajo invertido por una fuerza variable en la partícula conforme se traslada de la posición X_i a la posición final X_F se puede expresar como:

$$W = \int_{X_i}^{X_F} F_X \, dx \tag{1.133}$$

1. Trabajo consumido por una fuerza constante, situaciones problémicas de aplicación.

Una partícula móvil en el plano *xy* se somete a un desplazamiento conocido por $\Delta\vec{r} = (2.0\hat{\imath} + 3.0\hat{\jmath})m$ cuando una fuerza constante $\vec{F} = (5.0\hat{\imath} + 2.0\hat{\jmath})$N actúa sobre la partícula.

$$W = F\,\Delta r\cos\theta = \vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}} \tag{1.134}$$

a) Calcule las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento de la partícula.

Aplique el teorema de Pitágoras para encontrar las magnitudes de la fuerza y el desplazamiento:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5.0)^2 + (2.0)^2} = 5.4\ \mathrm{N} \tag{1.135}$$

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (3.0)^2} = 3.6\ \mathrm{m} \tag{1.136}$$

b) Calcule el trabajo consumido por $\vec{F}$ en la partícula.

Sustituya las expresiones para $\vec{F}$ y $\Delta\vec{r}$ en la ecuación (1.134) y aplique las ecuaciones (1.135) y (1.136):

$$\begin{aligned} W &= \vec{\mathbf{F}}\cdot\Delta\vec{\mathbf{r}} = [(5.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{j}})\mathrm{N}]\cdot[(2.0\hat{\mathbf{i}} + 3.0\hat{\mathbf{j}})\,m] \\ &= \left(5.0\hat{\mathbf{i}} + 2.0\hat{\mathbf{I}} + 5.0\hat{\mathbf{I}}\cdot 3.0\hat{\mathbf{j}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\cdot 2.0\hat{\mathbf{I}} + 2.0\hat{\mathbf{j}}\cdot 3.0\hat{\mathbf{j}}\right)\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} \\ &= [10 + 0 + 0 + 6]\,N\cdot m = 16\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

2. Cálculo del trabajo total a partir de una gráfica.

Una fuerza que actúa sobre una partícula varía con *x* como se muestra en la figura (1.52). Calcule el trabajo consumido por la fuerza en la partícula conforme se traslada de *x = 0 a x = 6.0 m.*

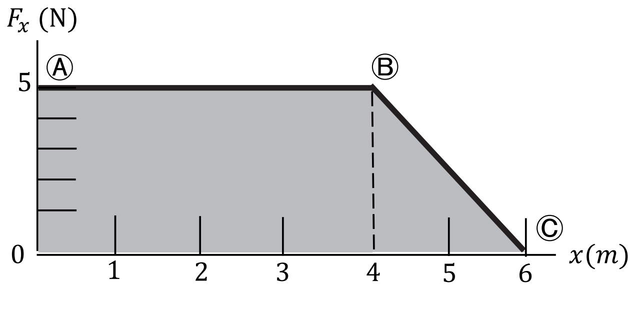


Figura 1.52. La fuerza que actúa sobre una partícula es constante para los primeros *4.0 m* de movimiento y después disminuye linealmente con *x* de $x_{Ⓑ} = 4.0\ m$ a $x_{Ⓒ} = 6.0m$. El trabajo neto invertido por esta fuerza es el área bajo la curva.

Solución

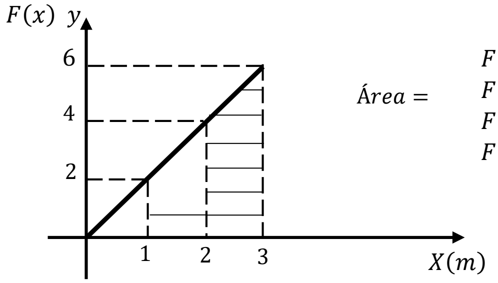
Evalúe el área del rectángulo: $W_{\text{ⒶⒷ}} = (5.0\ \mathrm{N})\ (4.0\ m) = 20\ J$

Hallar el valor numérico del área del triángulo: $W_{\text{ⒷⒸ}} = \dfrac{1}{2}(5.0\ \mathrm{N})\ (2.0\ m) = 5\ \mathrm{J}$

Encuentre el trabajo total consumido por la fuerza en la partícula:

$$W_{\text{ⒶⒸ}} = W_{\text{ⒶⒷ}} + W_{\text{ⒷⒸ}} = 20\ \mathrm{J} + 5.0\ \mathrm{J} = 25\ \mathrm{J}$$

3. Calcular el trabajo realizado por la fuerza *F(x) = 2x (N)* desde *x = 1m* hasta *x = 3m*



$Área =$

$F(x) = 2 \cdot 0 = 0\mathrm{N}$
$F(1) = 2 \cdot 1 = 2\mathrm{N}$
$F(2) = 2 \cdot 2 = 4\mathrm{N}$
$F(3) = 2 \cdot 3 = 6\mathrm{N}$

X	$F(x)$
0	0
1	2
2	4
3	6

Figura 1.53. Gráfica de F(x) en función del desplazamiento x

El trabajo W = Área bajo la curva

$$W = (3m)(6N) = 18\ J$$

4. Calcular el trabajo realizado por la fuerza variable *F(x) = 3X + X² [N]* desde $x = 0$ hasta $x = 2$.

Solución:

$$W = \int_{X_A}^{X_F} F(x)\,dx = \int_0^2 (3x + x^2)dx + \int_0^2 3x\,dx + \int_0^2 x^2\,dx$$

$$W = \frac{3\,x^2}{2}\Big|_0^2 + \frac{x^3}{3}\Big|_0^2$$

$$W = 3\ \frac{(2)^2}{2} + \frac{(2)^3}{3} = 6 + \frac{8}{3} = \frac{18+8}{3} = \frac{26}{3}\ [\mathrm{J}]$$

$$W = 8{,}666\ \mathrm{J}$$

1.4.4.2 Concepto de Potencia.

La potencia se define como la rapidez con la que se efectúa un trabajo, es decir, es la razón entre el trabajo realizado y el tiempo empleado.

$$P = \frac{trabajo}{tiempo} = \frac{w}{t}\frac{J}{S} = (vatio) \qquad (1.137)$$

En el sistema *SI* la unidad es el vatio $= \frac{J}{s}$

En el sistema *C. G. S.,* la unidad de potencia es el $\frac{ergio}{segundo}$, otras unidades de potencia.

Caballo de vapor: *CV = 735 vatios* aproximadamente.

Caballo de fuerza: *HP = 745 vatios* aproximadamente.

1.4.4.3 Concepto de Energía

Es la capacidad que posee un cuerpo para realizar trabajo.

1.4.4.4 Energía Cinética

Es la capacidad que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en virtud de su movimiento. Un cuerpo de masa *m* que se mueve con velocidad *v* posee energía cinética y está representada por la cantidad:

$$E_c = k = {}^1\!/_2\; m\, v^2 \qquad (1.138)$$

El trabajo realizado en un cuerpo o en una partícula por una fuerza neta $\sum \vec{F}$ que actúa sobre el es igual al cambio en energía cinética del cuerpo.

$$W_{neto} = K_F - K_i = \Delta K = {}^1\!/_2\; m\, v_F - {}^1\!/_2\; m\, v_i \qquad (1.139)$$

La ecuación (1.139) se conoce como el teorema del trabajo – energía cinética.

1.4.4.5 Energía Potencial

Es la capacidad que tiene un cuerpo para realizar un trabajo en virtud de su posición, puede ser: gravitacionalmente o elástica.

$$E_{Pg} = U_g = mgy \qquad (1.140)$$

Si un agente externo levanta un cuerpo de masa *m* desde una altura inicial *Y*; sobre el suelo a una altura final Y_F el trabajo invertido por el agente es:

$$W_{neto} = mgy_F - mgy_i \qquad (1.141)$$

En consecuencia, la cantidad *mgy* se puede identificar como la energía potencial gravitacional:

$$U_g = mgy \qquad (1.142)$$

Por lo tanto, el trabajo neto se puede escribir como:

$$W_{neto} = \Delta\, U_F = U_{gf} - U_{gi} \qquad (1.143)$$

1. Una bola de boliche sostenida por un bolichista descuidado se desliza de sus manos y cae sobre un dedo de su pie. Si elige el nivel del suelo como el punto $y = 0$ de su sistema coordenado, estime el cambio en energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra mientras cae la bola. Repita el cálculo usando la coronilla de la cabeza del bolichista como el origen de coordenadas.

Solución

El enunciado del problema dice que la configuración de referencia del sistema bola–Tierra que corresponde a energía potencial cero es cuando el punto más bajo de la bola está en el suelo. Para encontrar el cambio de energía del sistema, es necesario estimar unos cuantos valores. Una bola de boliche tiene una masa de aproximadamente 7 *kg,* y la parte superior del dedo del pie de una persona está aproximadamente a 0,03 sobre el suelo. Además, se debe suponer que la bola cae desde una altura de 05 *m*.

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra justo antes de que la bola de boliche se libere:

$$U_i = mgy_i = (7\ kg)\ (9.80\ \ m/s^2)\ (0.5\ m) = 34.3\ \mathrm{J}$$

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra cuando la bola llega al dedo del bolichista:

$$U_f = mgy_f = (7\ kg)\ (9.80\ \ m/s^2)\ (0.03\ m) = 2.06\ \mathrm{J}$$

Evalúe el cambio en energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra:

$$\Delta\, U_g = 2.06\ \mathrm{J} - 34.3\ \mathrm{J} = \ -32.24\ \mathrm{J}$$

En este caso probablemente se conserve sólo un dígito debido a lo burdo de las estimaciones; en consecuencia, se estima que el cambio en energía potencial gravitacional es –30J. El sistema tiene 30J de energía potencial gravitacional antes de que la bola inicie su caída y aproximadamente cero de energía potencial cuando la bola llega a la parte superior del dedo.

El segundo caso indica que la configuración de referencia del sistema para energía potencial cero se elige cuando la bola está en la cabeza del bolichista (aun cuando la bola nunca está en tal posición en su movimiento). Se estima que esta posición es 1.50*m* sobre el suelo.

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra justo antes de que la bola de boliche se libere desde su posición 1 m abajo de la cabeza del bolichista:

$$U_i = mgy_i = (7\ kg)\ (9.80\ \ m/s^2)\ (-1\ m) = 68.6\ \mathrm{J}$$

Calcule la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra cuando la bola llega al dedo del bolichista ubicado 1.47 m bajo la cabeza del bolichista:

$$U_f = mgy_f = (7\ kg)\ (9.80\ m/s^2)\ (-1.47\ m) = 100.8\ \mathrm{J}$$

Evalúe el cambio en la energía potencial gravitacional del sistema bola–Tierra:

$$\Delta\ U_g = 100.8\ \mathrm{J} - (-68.6\ \mathrm{J}) = -32.2\ \mathrm{J}\ \approx\ -30\ \mathrm{J}$$

Este valor es el mismo que antes, como debe ser.

1.4.4.6 Energía Potencial Elástica

Es la energía que gana un sistema *masa–resorte* cuando se deforma y la llamaremos energía potencial elástica:

$$U_s = {}^1/_2\ Kx^2, \qquad Fs = -Kx \tag{1.144}$$

Donde U_s es la energía potencial elástica
K es la constante del resorte
F es la fuerza que el resorte ejerce sobre el cuerpo

El trabajo invertido por una fuerza aplicada en un sistema que consiste en un cuerpo u objeto conectado al resorte se proporciona por la ecuación:

$$W_{neto} \frac{1}{2}\ kx_F^2 - {}^1/_2\ kx_i^2 \tag{1.145}$$

1. ¿Qué energía cinética posee un cuerpo de *20 Kg* de masa que lleva una velocidad de *9 Km/h*?

Solución

$$E_c = {}^1/_2\ mv^2 \tag{1.146}$$

$$v = \frac{9km}{h} \cdot \frac{10^3\ m}{1\ hm} \cdot \frac{1\ h}{3.600\ s} = 2.5\ {}^m/_s$$

$$E_c = {}^1/_2\ 20\ kg\ \cdot (2.5\ {}^m/_s)^2 \qquad v = 2.5\ m/s$$

$$E_c = k = 62{,}5\ kg\ \cdot \frac{m^2}{s^2} = 62.5\ \mathrm{J}$$

2. Una persona de *70 kg* viaja a *2m/s* ¿Cuál es el valor de su energía cinética?

Solución

Datos:

$$m = 70kg \qquad E_c = {}^1/_2\ mv^2 = {}^1/_2\,(70kg)(2\,{}^m/_s)^2$$

$v = 2m/s$ $\qquad$ $E_c = k = 140kg \cdot {m^2}/{s^2} = 140\ \mathrm{J}$

$E_c = k = ?$

3. La energía cinética de un cuerpo de *2 Kg* es 16 J ¿con que rapidez se mueve el cuerpo?

Solución

Datos:

$m = 2kg$ $\qquad$ $E_c = {1}/{2}\ mv^2 \rightarrow v^2 = \dfrac{2\ E_c}{m}$

$E_c = k = 16\ \mathrm{J}$ $\qquad$ $v = \dfrac{2 \cdot 16\ kg \cdot {m^2}/{s^2}}{2\ kg} = 16\,{m^2}/{s^2}$

$v = ?$ $\qquad$ $v = \sqrt{16\,{m^2}/{s^2}} = 4\,{m}/{s}$

4. Una bicicleta tiene una masa de *6 Kg* y se mueve con una velocidad de *5m/s.* ¿Cuál es la energía cinética?

Solución

Datos:

$m = 6\ kg$ $\qquad$ $E_c = {1}/{2}\ mv^2$

$v = 5\ m/s$ $\qquad$ $E_c = {1}/{2}\ (6kg) \cdot (5\,m/s)^2 = 75\ \mathrm{J}$

$E_c = ?$

5. Una persona carga un cuerpo de 4kg, se encuentra en un segundo piso, la altura entre el piso y el cuerpo es de 15m ¿Cuál es la energía potencial gravitatoria?

Solución

Considerando la altura desde el primer piso hasta la posición que se encuentra el cuerpo.

Datos:

$$E_P = V_g = mgy \tag{1.147}$$

$m = 4\ kg$ $\qquad$ $E_P = (4\ kg)\ (9{,}8\,m/s^2)\ (15\ m)$

$y = 15\ m$ $\qquad$ $E_P = 588\ kg \cdot {m^2}/{s^2} = 588\ \mathrm{J}$

$E_P = V_g = ?$ $\qquad$ $E_P = 588\ \mathrm{J}$

6. Sobre un cuerpo actúa una fuerza horizontal de 60N y lo desplaza *8 metros.* Calcular el trabajo que se realiza

Solución

Datos:

$$W = F \cdot \Delta x \tag{1.148}$$

$|F| = 60$ N $\qquad W = (60\text{N})(8m)$

$\Delta x = 8m \qquad W = 480$ J

$W = ?$

7. Una grúa levanta 50kg en sentido vertical. ¿Cuál será el trabajo mínimo que deberá realizar para levantar el objeto?

Solución

Datos:

$$F = mg \tag{1.149}$$

$m = 50$ kg $\qquad F = (50kg)(9{,}8\ m/s^2)$

$\Delta x = 10m \qquad F = 490$ N

$W = ? \qquad W = F \cdot \Delta x$

$g = 9{,}8\, m/s^2 \qquad W = (490\text{N})(10m)$

$W = 4.900 \text{ J} = 4{,}9 \cdot 10^3$ J

8. Un ascensor eleva $6 \cdot 10^3$ N a una altura de 30 m en segundos ¿Qué potencia tiene?

Solución

Datos:

$$W = F \cdot \Delta x \tag{1.150}$$

$F = 6 \cdot 10^3$ N $\qquad W = (6 \cdot 10^3 \text{ N})\ (30m)$

$\Delta x = 30m \qquad F = 490$ N

$t = 16\ s \qquad W = 1{,}80 \cdot 10^5$ J

$P = ? \qquad P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{1{,}8\ \cdot 10^5 \text{ J}}{16\ s} = 11.250\ Wttios$

$P = 1{,}125\ \cdot 10^4\ vatios$

9. Calcula la potencia de una máquina que ejerce un trabajo de *2000 J* y tarda *1,4 minutos* en realizarlo.

Solución

Datos:

$W = 2000\ \text{J}$ $\qquad$ $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{2000\ \text{J}}{84\ s} = 23{,}81\ vatios$

$t = 16\ s$ $\qquad$ $P = 23{,}81\ vatios$

$P = ?$

10. Si se suben 50 bolsas de arroz de 1 kg de masa, a un estante que se encuentra a 3 m de altura.

a. Calcular el trabajo realizado sobre cada bolsa de arroz
b. Calcular el trabajo realizado en total
c. Calcular la energía suministrada al sistema.

Solución

a. La fuerza es el peso de cada bolsa de arroz entonces:

$\text{F} = mg = (1kg)(9{,}8\ m/s^2) = 9{,}8\ \text{N}$

El trabajo $W = F\,\Delta x = (9{,}8\ N)\ (3m) = 29{,}4\ \text{J}$

El trabajo también se puede calcular por el cambio en la energía de la siguiente forma:

$$W = E_f - E_i = \Delta E$$
$$E_r = E_c + E_p \Rightarrow E_i = E_{ci} + E_{pi} = 0$$
$$E_f = E_{cf} + E_{pf} = mgy$$
$$\Rightarrow W = E_f = E_i + E_i = mgy - 0 = mgy = (1kg)(9{,}8\,m/s^2)(3m)$$
$$\rightarrow W = 29{,}4\ \text{J}$$

Trabajo realizado sobre cada bolsa de arroz

b. El trabajo total $W = (50)(29{,}4\ \text{J}) = 1.470\ \text{J}$

c. La energía suministrada al sistema en total es 1.470 J

11. Con que velocidad llegara un cuerpo al suelo si cae desde *6 mts* de altura desde un punto A hasta un punto B.

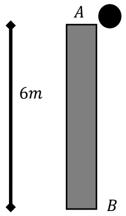


Figura 1.54. La figura presenta un cuerpo que cae de la posición A hasta la posición B a una altura de *6 mts.*

Solución.

$EM = E_p\,A + E_c\,A$
$E_m\,A = E_p\,A + E_c\,A$
$E_m\,B = E_p\,B + E_c\,B$
$E_m\,A = E_m\,B$
$E_p\,A + E_c\,A = E_p\,B + E_c\,B,$

$E_c\,A = 0,$ puesto que en el punto A no hay energía cinética, porque el cuerpo parte del reposo.

$E_n\,B = 0$, puesto que en el punto B no hay energía potencial.

$E_p\,A = E_c\,B$
$mgy = {}^{1}/_{2}\;mv^2$

Se cancelan las masas, en ambos lados de la igualdad.

$v^2 = 2gy \Rightarrow v = \sqrt{2gy} = \sqrt{(2)\cdot(9{,}8\;{}^{m}/_{s^2}\;\cdot(6m)};$

$\rightarrow v = 10.84\;m/s$

12. Una persona sube un cuerpo de *4.8 kg* desde el suelo a una mesa de *0,85 mts* de altura; en un tiempo de *1,2 segundos.* Determinar la potencia mecánica

Solución

Datos:

$P = \frac{w}{t}$
$m = 4.8kg$
$y = h = 0.85m$
$g = 9.81\;m/s^2$
$t = 1.2\;seg$
$P = ?$

$w = F\cdot d$
$F = ma = m\cdot g$
$F = (4{,}8kg)(9{,}81\,m/s^2)$
$F = 47{,}088\;N$
$W = F\cdot d = (47{,}088\;N)\;(0{,}85m)$
$W = 40{,}02\;N\cdot m$
$W = 40{,}02\;J$

$P = \frac{w}{t} = \frac{40{,}02\;J}{1.2\;seg} = 33{,}35\;watt$

SEGUNDA PARTE

Taller No. 2

Aplicación teórico-práctica del aprendizaje problémico, las competencias básicas y los modelos matemáticos para la física.

Foto tomada en el Laboratorio de Física de Uniguajira, 26/09/2019.

2. Taller de evaluación por competencias básicas en física mecánica (Taller No. 2)

A continuación, se presenta en la Figura 2.54, una propuesta teórica de Perea Sandoval (2000), desde la cual se construye la evaluación por competencia.

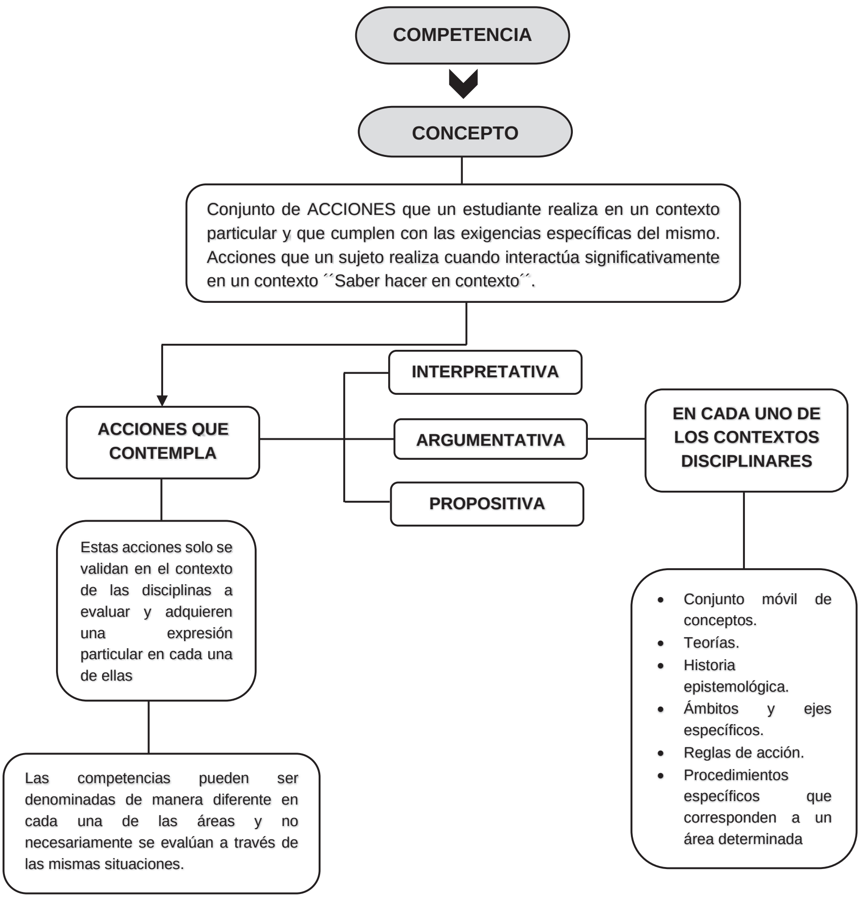


Figura 2.54: Propuesta teórica de Perea Sandoval (2000), desde la cual se construye la evaluación por competencias

2.1 Actividades sobre magnitudes físicas, cifras significativas, notación científica y vectores

En esta parte se presenta un taller que se encuentra estructurado con base en una diversidad de preguntas y situaciones problémicas, cuya solución se encuentra en una base de información, proporcionada por un enunciado, un texto, una gráfica, una tabla o un cuadro y además como evaluación permite al estudiante poner en práctica los conocimientos adquiridos y las competencias desarrolladas dentro de un contexto significativo, real, que lo encamine a crear, proponer y argumentar soluciones a situaciones problémicas que se le presenten.

1. Escribe y explica las diferencias y semejanzas entre las siguientes magnitudes físicas de acuerdo al sistema de unidades.

a. Semejanzas y diferencias entre el centímetro y el metro de acuerdo al sistema de unidades de cada una de estas magnitudes.
b. La diferencia entre el kilogramo y el segundo.
c. Semejanzas y diferencias entre una hora y un segundo.
d. La diferencia entre la intensidad de corriente y la temperatura.

2. En los siguientes escritos completa la expresión que debe cumplir con la homogeneidad dimensional de la ecuación de movimiento: $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

a. $L = L + \frac{L}{T} T = L + L = L$
b. $L = L + \frac{L}{T^2} T^2 = L + L + L = L$
c. $L = L + \frac{L}{T} T + \frac{LT^2}{T^2} = L + L + L = L$
d. $L = L + T + \frac{LT^2}{T^2} = L + L + L = L$

3. Este problema cuestiona sobre la división de cifras significativas y la notación científica, dados los números siguientes: 89438,42; 9,693 x 10^5; 78,757.

a. Sume y multiplique los tres números.
b. Sume los dos últimos y multiplique el resultado por el primero.
c. Divida el segundo entre el tercero.

Escriba los resultados con el número correcto de cifras significativas

4. De las siguientes afirmaciones escoja la correcta y explique, para calcular la magnitud del número de latidos del corazón, durante el tiempo de vida de una persona.

a. Se debe tomar en cuenta el tiempo de vida y los latidos del corazón por segundo.
b. Hay que tener en cuenta el tiempo de vida promedio y los latidos promedios del corazón por segundo.
c. Se debe precisar el tiempo de vida y el número de latidos.
d. Se debe considerar el promedio de vida de una persona, los latidos del corazón por segundo, el número de días por año y el número de horas y segundos.

5. Ordene las siguientes cinco cantidades de la más grande a la más pequeña:

a. 0.032 kg.
b. *15 g,*
c. 2.7 x 10^5 *mg.*
d. 4.1 x 10^8 *Gg.*
e. 2.7 x 10^8 μg.

6. Si una ecuación es dimensionalmente correcta, ¿Esto significa que la ecuación debe ser verdadera? Si una ecuación no es dimensionalmente correcta, ¿Esto significa que la ecuación no puede ser verdadera?

7. Responda cada pregunta con sí o no. Dos cantidades deben tener las mismas dimensiones

a. ¿Si las suma?,
b. ¿Si las multiplica?,
c. ¿Si las resta?,
d. ¿Si las divide?,
e. ¿Si usa una cantidad como exponente al elevar la otra a una potencia?,
f. ¿Si las iguala?

8. El precio de la gasolina en una estación es de 1.3 euros por litro. Una estudiante usa 41 euros para comprar gasolina. Si sabe que 4 cuartos hacen un galón y que 1 litro es casi 1 cuarto, de inmediato razona que puede comprar (elija una)

a. Menos de 1 galón de gasolina,
b. Aproximadamente 5 galones de gasolina,
c. Cerca de 8 galones de gasolina,
d. Más de 10 galones de gasolina.

9. Una calculadora despliega un resultado como 1.365 248 0 x 10^7 *kg*. La incertidumbre estimada en el resultado es $\pm 2\%$. ¿Cuántos dígitos debe incluir como significativos cuando escriba el resultado? Elija una:

a. Cero,
b. Uno,
c. Dos,
d. Tres,
e. Cuatro,
f. Cinco,
g. No se puede determinar el número.

10. ¿Cuáles de las siguientes ecuaciones son dimensionalmente correctas?

a. $v_f = v_i + ax$
b. $y = (2\ m)\cos(kx)$,

Donde $k = 2\ m^{-1}$

11. Una habitación mide 3.8 m por 3.6 m y su techo está a 2.5 m de altura. ¿Es posible empapelar por completo las paredes de esta habitación con las páginas de este libro? Explique su respuesta.
12. Un galón de pintura (volumen = $3.78 \times 10^{-3}\ m^3$) cubre un área de $25.0\ m^2$. ¿Cuál es el grosor de la pintura fresca sobre la pared?
13. Un vector $\vec{A}$ tiene componente $x = 3$ unidades y componente $y = 4$ unidades. Encontrar:

a. La magnitud y dirección del vector $\vec{A}$.
b. La forma vectorial del vector $\vec{A}$.
c. El vector unitario del vector $\vec{A}$.
d. Representar gráficamente el vector $\vec{A}$ y el vector unitario de $\vec{A}$

14. Un vector $\vec{B}$ tiene componentes $x = 8$ unidades, $y = 2$ unidades, $z = 6$ unidades. Calcule:

a. La magnitud y dirección del vector $\vec{B}$.
b. La forma vectorial del vector $\vec{B}$.
c. El vector unitario del vector $\vec{B}$ y su representación gráfica.
d. Los ángulos que forma el vector $\vec{B}$ con los ejes de coordenadas.

15. A continuación, se presentan situaciones problémicas relacionas con las propiedades de vectores. Resolverlas:

a. ¿Cuál es el vector unitario del vector $\vec{A} = 3\,\hat{\imath} + 4\,\hat{\jmath} + 5\,\hat{k}$?
b. ¿Para un vector $\vec{B}$ su magnitud puede tomar un valor negativo?
c. ¿Cuál de las siguientes cantidades son vectores? Explique.
Velocidad, aceleración, fuerza, temperatura, altura, peso, edad.
d. ¿Si dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tiene magnitudes diferentes? ¿La suma $\vec{A}+\vec{B}$ puede ser cero? Explique.

16. Un automóvil recorre 100 km rumbo al oeste desde la cuidad A hasta la ciudad B y después 200 km en la dirección de 30º al noroeste de la ciudad B hasta la ciudad C:

a. ¿Cuál es la distancia de la ciudad C a la ciudad A?
b. ¿En qué dirección está la ciudad C respecto la ciudad A?
c. ¿Cuál es la forma vectorial del vector que parte de la ciudad A a la ciudad C?

d. ¿Cuál es el vector unitario que parte de la ciudad A a la ciudad C?

17. Un libro se mueve una vez alrededor del perímetro de una mesa con dimensiones 1.0 *m* x 2.0 *m*. Si el libro termina en su posición inicial, ¿Cuál es su desplazamiento? ¿Cuál es la distancia recorrida?

18. Si el componente del vector $\vec{A}$ a lo largo de la dirección del vector $\vec{B}$ es cero, ¿qué puede concluir acerca de los dos vectores?

19. ¿La magnitud de un vector puede tener un valor negativo? Explique.

20. ¿Es posible sumar una cantidad vectorial a una cantidad escalar? Explique.

21. Las coordenadas polares de un punto son r = 5.50 m y $\theta = 240^o$. ¿Cuáles son las coordenadas cartesianas de este punto?

22. Un avión vuela desde el campo base al lago A, a 280 *km* de distancia en la dirección 20.0º al noreste. Después de soltar suministros vuela al lago B, que está a 190 *km* a 30.0° al noroeste del lago A. Determine gráficamente la distancia y dirección desde el lago B al campo base.

23. Un patinador se desliza a lo largo de una trayectoria circular de 5.00 m de radio. Si realiza medio círculo, encuentre

    a. La magnitud del vector desplazamiento
    b. Que distancia ha patinado.
    c. ¿Cuál es la magnitud del desplazamiento si patina alrededor de todo el círculo?

24. Una persona camina 25.0º al noreste durante 3.10 *km*. ¿Qué distancia tendría que caminar hacia el norte y hacia el este para llegar a la misma posición

25. Una chica que entrega periódicos cubre su ruta al viajar 3.00 cuadras al oeste, 4.00 cuadras al norte y luego 6.00 cuadras al este.

    a. ¿Cuál es su desplazamiento resultante?
    b. ¿Cuál es la distancia total que recorre?

26. Un vector desplazamiento que se encuentra en el plano *xy* tiene una magnitud de 50.0 *m* y se dirige en un ángulo de 120º al eje *x* positivo. ¿Cuáles son las componentes rectangulares de este vector?

27. Un hombre que empuja una podadora por el suelo hace que experimente dos desplazamientos. El primero tiene una magnitud de 150 *cm* y forma un ángulo de 120º con el eje *x* positivo. El desplazamiento resultante tiene una magnitud de 140 *cm* y se dirige a un ángulo de 35.0º con el eje *x* positivo. Encuentre la magnitud y dirección del segundo desplazamiento.

28. El vector $\vec{B}$ tiene componentes *x, y* y *z,* y de 4.00, 6.00 y 3.00 unidades, respectivamente. Calcule la magnitud de $\vec{B}$ y los ángulos que $\vec{B}$ forma con los ejes coordenados.

29. Tres desplazamientos tienen componentes rectangulares: (6,4) m, (-10,6) m y (12,2) m. Determine:

    a. ¿La posición de los tres vectores en el plano?
    b. ¿La magnitud y dirección de cada uno de los vectores?
    c. ¿La magnitud del vector resultante?
    d. ¿La dirección del vector resultante? Grafique.

30. Dados los vectores: $\vec{A} = 3\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} + 5\hat{k}$ Y $\vec{B} = 5\hat{\imath} + 7\hat{\jmath} + 9\hat{k}$, Calcular:

    a. ¿El producto cruz de los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$?
    b. ¿El ángulo entre los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$?
    c. ¿Probar si se cumple la propiedad conmutativa entre los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$?
    d. ¿Probar si se cumple la propiedad distributiva entre los vectores $\vec{A}$,$\vec{B}$ y $\vec{C} = 6\hat{\imath} + 9\hat{\jmath} + 12\hat{k}$?

31. El vector $\vec{A} = -2\hat{\imath} - 7\hat{\jmath} + \hat{k}$; $\vec{B} = -6\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 2\hat{k}$ Y $\vec{C} = 3\hat{\imath} - 5\hat{\jmath} + 8\hat{k}$. Hallar:

    a. ¿$(6\vec{B} - 2\vec{A}) + (3\vec{C} - 2\vec{B})$?
    b. ¿$(\vec{A} \times 2\vec{C}) + (\vec{C} \times 4\vec{B})$?
    c. ¿$\left(\frac{5}{2}\vec{A} \times \frac{2}{5}\vec{B}\right) \cdot \frac{3}{2}\vec{C}$?
    d. El ángulo que forma el vector $\vec{B}$ con el vector $\vec{C}$?

32. Un automóvil realiza los siguientes desplazamientos: 20 km hacia el este; 50 km este 60° norte; 40 km hacia el noroeste; 30 km oeste 30° sur; 45km hacia el oeste y 35 km norte 40° este. Hallar:

    a. ¿La magnitud del desplazamiento resultante?
    b. ¿Forma vectorial del desplazamiento resultante?
    c. ¿Dirección del desplazamiento resultante?
    d. ¿El vector unitario del desplazamiento resultante?

33. Elabora una lista de cantidades físicas relacionadas con fenómenos que ocurran en tu entorno o tu cotidianidad; además selecciónalas y especifica:

    a. La magnitud de cada una de las cantidades físicas
    b. La dirección y sus representaciones
    c. La combinación de algunas de ellas
    d. Las operaciones que corresponden a la combinación entre alguna de ellas.

34. Una fuerza $\vec{F}_1 = 8\ Newton$ actúa en el origen en la dirección 30° sobre el eje *x, y* una segunda fuerza $\vec{F}_2$ de magnitud 6 Newton actúa en el origen en la dirección del eje positivo. Encuentre gráficamente:

   a. ¿La posición de los vectores?
   b. ¿La magnitud del vector resultante?
   c. ¿La dirección del vector resultante?
   d. ¿Compruebe gráficamente que se cumple la ley conmutativa de la suma de vectores

35. Una persona realiza un desplazamiento de 30 metros en la dirección norte y seguidamente se desplaza 30 metros en la dirección norte del este 30°. Determine gráficamente:

   a. La suma de los dos desplazamientos
   b. La diferencia entre dos desplazamientos
   c. La ley conmutativa de los dos desplazamientos
   d. La diferencia entre el doble del primer desplazamiento y el triple del segundo desplazamiento

36. Una persona efectúa los siguientes desplazamientos consecutivos: 9m al sur, 18m al noreste y 30m al oeste. Determine:

   a. La magnitud del desplazamiento resultante. Graficar
   b. La forma vectorial del desplazamiento resultante
   c. El vector unitario del desplazamiento resultante
   d. La dirección del desplazamiento resultante

37. Realizar una revisión bibliográfica teniendo en cuenta:

   a. Las referencias bibliográficas sugeridas por el docente para el estudio de los vectores.
   b. Las cantidades escalares y vectoriales
   c. Los vectores unitarios y su representación grafica
   d. Las operaciones entre vectores y las características resultantes de producto cruz

38. Reflexione sobre el uso de vectores en su entorno para expresar y realizar operaciones respondiendo los siguientes interrogantes:

   a. ¿Las operaciones entre vectores se pueden realizar utilizando las reglas de la aritmética? ¿Explique?
   b. ¿Señalar algunos casos en los cuales las cantidades vectoriales respondan a dichas reglas?

c. ¿Las operaciones entre vectores permiten combinar las magnitudes vectoriales? ¿Explique?
d. ¿Cuál es el significado físico de las combinaciones entre las magnitudes vectoriales?

39. Una persona se dirige a un centro comercial de una ciudad, siguiendo los siguientes desplazamientos: inicialmente camina 1km a 260° con el eje positivo de las *x*, luego gira hasta 145° en el eje x positivo y camina 1.5km, por último, camina 1.2 km a 170° con el eje positivo *x*. Determinar:
    a) Las componentes de los tres desplazamientos
    b) La forma vectorial del desplazamiento resultante desde el punto de partida
    c) La magnitud del desplazamiento resultante
    d) La dirección y el vector unitario del desplazamiento resultante
40. Un gato corre en busca de un ratón 4.5m hacia el oeste después 9.5 m en un ángulo de 40° al noreste y finalmente 12m al este. Encuentre:
    a) Las componentes del vector desplazamiento resultante
    b) El vector desplazamiento del gato desde el punto de partida
    c) El vector desplazamiento resultante del gato utilizando técnicas gráficas
    d) La dirección del desplazamiento resultante
41. Se tienen dos vectores, un vector $\overrightarrow{A} = (4\hat{\imath} - 6\hat{\jmath} + 8\hat{k})$m, y un vector $\overrightarrow{B} = (4\hat{\imath} + 6\hat{\jmath} - 8\hat{k})$m encontrar y construir:
    a) La magnitud del vector $\overrightarrow{A}$ y su gráfica?
    b) La magnitud del vector $\overrightarrow{B}$ y su gráfica
    c) La magnitud del vector $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$ y su gráfica
    d) La magnitud del vector $\overrightarrow{B} = 3\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$ y su gráfica?
42. Si la velocidad promedio de un objeto es cero en cierto intervalo de tiempo, ¿qué puede decir acerca del desplazamiento del objeto durante dicho intervalo?
43. ¿La velocidad instantánea de un objeto en un instante de tiempo alguna vez es mayor en magnitud que la velocidad promedio en un intervalo de tiempo que contenga al instante? ¿Alguna vez es menor?
44. Dos automóviles se mueven en la misma dirección en pistas paralelas a lo largo de una autopista. En algún instante, la velocidad del automóvil A supera la velocidad del automóvil B. ¿Esto significa que la aceleración de A es mayor que la de B? Explique.

45. Una persona camina, primero, con rapidez constante de 5.00 *m/s* a lo largo de una línea recta desde el punto *A* al punto *B* y luego de regreso a lo largo de la línea de *B* a *A* con una rapidez constante de 3.00 *m/s.* .

   a) ¿Cuál es su rapidez promedio durante todo el viaje?
   b) ¿Cuál es su velocidad promedio durante todo el viaje?

46. Una partícula se mueve de acuerdo con la ecuación $x - 10t^2$, donde x está en metros y t en segundos.

   a) Encuentre la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2.00 *s* a 3.00 *s.*
   b) Encuentre la velocidad promedio para el intervalo de tiempo de 2.00 *s* a 2.10 *s.*

47. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $x - 3t^2$, donde x está en metros y t en segundos. Evalúe su posición

   a) en t a 3.00 *s*
   b) en 3.00 $x + \Delta t$.
   c) Evalúe el límite de $\Delta x/\Delta t$ conforme Δt tiende a cero para encontrar la velocidad en $t - 3.00$ *s.*

48. Una partícula se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x - 2.00 + 3.00t - 1.00t^2$, donde x está en metros y t en segundos. En $t - 3.00s$, encuentre

   a) La posición de la partícula,
   b) Su velocidad
   c) Su aceleración

49. Un objeto se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ecuación $x(t) - (3.00t^2 + 2.00t + 3.00)m$, donde t está en segundos. Determine

   a) La rapidez promedio entre $t - 2.00$ *s* y $t - 3.00$ *s*,
   b) La rapidez instantánea en $t - 2.00$ *s* y $t - 3.00$ *s*,
   c) La aceleración promedio entre $t - 2.00$ *s* y $t - 3.00$ *s*,
   d) La aceleración instantánea en $t - 2.00$ *s* y $t - 3.00$ *s.*

50. Una partícula se mueve a lo largo del eje x. Su posición está dada por la ecuación $x - 2 + 3t - 4t^2$, con x en metros y t en segundos. Determine:

   a) Su posición cuando cambia de dirección
   b) Su velocidad cuando regresa a la posición que tenía en $t - 0$.

51. Un electrón en un tubo de rayos catódicos acelera desde una rapidez de 2.00×10^4 *m/s* a 6.00×10^6 *m/s* en 1.50 *cm*.
    a) ¿En qué intervalo de tiempo el electrón recorre estos 1.50 *cm*?
    b) ¿Cuál es su aceleración?
52. Una bola se lanza directamente hacia arriba, con una rapidez inicial de 8.00 *m/s*, desde una altura de 30.0 *m*. ¿Después de qué intervalo de tiempo la bola golpea al suelo?
53. Un estudiante lanza un conjunto de llaves verticalmente hacia arriba a su hermana de fraternidad, quien está en una ventana 4.00 *m* arriba. Las llaves las atrapa 150 *s* después con la mano extendida.
    a) ¿Con qué velocidad inicial se lanzaron las llaves?
    b) ¿Cuál fue la velocidad de las llaves justo antes de ser atrapadas?

    Se golpea una pelota de beisbol de modo que viaja recto hacia arriba después de ser golpeada por el bat. Un aficionado observa que a la bola le toma 3.00 *s* llegar a su máxima altura. Encuentre
    a) La velocidad inicial de la bola
    b) La altura que alcanza.
54. Tres vectores se orientan como se muestra en la figura 2.53, donde $|A|$ – 20.0 unidades; $|B|$ – 10.0 unidades y |C| – 30.0 unidades. Encuentre:
    a) Las componentes *x* y *y* del vector resultante
    b) La magnitud y dirección del vector resultante.

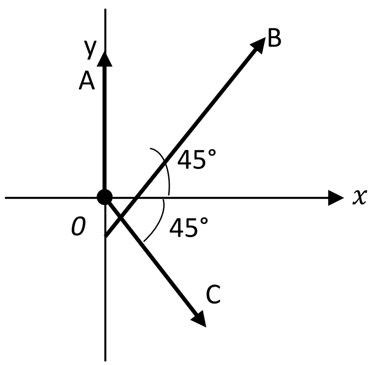


Figura 2.55: Representación de los vectores $\vec{A} + \vec{B}$ y $\vec{C}$ en el plano cartesiano

55. Una persona pasea por la trayectoria mostrada en la figura 2.54, El recorrido total se compone de cuatro trayectos rectos. Al final del paseo. ¿Cuál

es el desplazamiento resultante de la persona medido desde el punto de partida?

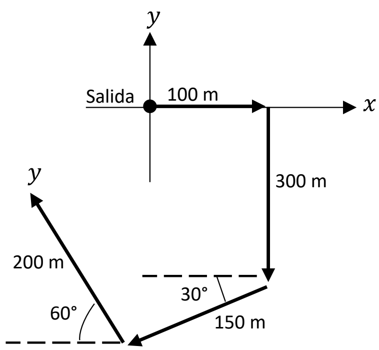


Figura 2.56: Representación gráfica de cada uno de los cuatro trayectos recorridos.

2.2 Actividades sobre el movimiento de la partícula en una y dos dimensiones.

Las actividades del siguiente taller están dirigidas a realizar el proceso de aprendizaje, teniendo en cuenta como base los conocimientos adquiridos en experiencias cotidianas, experimentales, en el salón de clase y en la resolución de problemas por métodos matemáticos y sistemas computacionales, relacionados con los temas del movimiento de la partícula en una y dos dimensiones.

1. Para identificar las distintas clases de movimientos, elabora un listado de cuerpos:
   a) Que están en reposo
   b) Que se traslade
   c) Que roten
   d) Que se trasladen y roten
2. Explique cada uno de los siguientes estados que pueden presentar un automóvil, antes y después de iniciar su movimiento.
   a) En reposo
   b) Moverse por traslación
   c) Moverse por rotación
   d) Moverse por vibración
3. Explique mediante ejemplos cada una de las siguientes características del movimiento rectilíneo uniforme:

a) ¿En el movimiento rectilíneo uniforme la velocidad es constante?
b) Un móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales
c) La distancia recorrida es directamente proporcional al tiempo
d) La gráfica del movimiento rectilíneo son líneas rectas que pasan por el origen de coordenadas cartesianas, cortan al eje *y*, cortan a ambos ejes.

4. Uno de los modelos más sencillos de la física es el movimiento rectilíneo uniforme, desarrollar una breve explicación de los siguientes conceptos:

   a) El marco de referencia
   b) Masa puntual o partícula
   c) Vector posición
   d) Vector desplazamiento

5. Un avión recorre 2000 km con una velocidad de 800 km/h. A causa del viento aumenta su velocidad hasta 1200 km/h durante los siguientes 1800 km. ¿Cuál es la velocidad media en el intervalo de tiempo?

6. Por una autopista de dos carriles circulan los automóviles en caravana a una velocidad de 80km/h separados por una distancia de 65 m. ¿Cuántos automóviles circulan por hora por un determinado punto de la autopista? Considerar la longitud media de los coches igual a 4,2 m.

7. Un policía municipal observa un automóvil que circula por una calle en la que la velocidad de circulación está limitada a 40km/h. El policía supone que el automóvil sobrepasa el límite de velocidad permitido e inicia rápidamente su persecución. Desde el momento en que el automóvil pasó a la altura del agente hasta que este arranca la motocicleta han pasado 5 s, tiempo que tarda en subir a la moto y ponerla en marcha. El agente tarda 20s más en dar alcance al automóvil y lo hace en un punto situado a 420 m del punto de partida. ¿A qué velocidad iba el automóvil?

8. Un barco A que se encuentra a 600 m del embarcadero lleva una velocidad de 15 m/s respecto al embarcadero. En el mismo instante, otro barco B se encuentra a 200 m del embarcadero y lleva una velocidad de 10 m/s también respecto al embarcadero. ¿A qué distancia de B se encontrará el barco A al cabo de 30 s?

9. Un automóvil circula a 45 km/h por una calle de una ciudad y observa que un semáforo se pone en ámbar. El semáforo está regulado de forma que el ámbar dura 3,0 s. El tiempo que transcurre desde un conductor medio percibe una señal y aprieta el freno es de 0,70 s.

   a) ¿Qué aceleración mínima habrá que aplicar al automóvil para detenerlo antes de que el semáforo se ponga en rojo?

b) ¿Cuál es la máxima distancia que puede recorrer el automóvil sin saltarse el semáforo en rojo?

10. Una persona situada en el andén de una estación de ferrocarril, a la altura de la parte delantera de la locomotora de un tren de 100 m de longitud, observa como arranca el tren con una aceleración de 2,0 m/s^2. ¿Con que velocidad vera pasar el extremo posterior del último vagón?

11. Un automóvil que sale de una estación de servicio de una autopista, entra en la autopista a una velocidad de 90 km/h. Sigue acelerando con una aceleración constante de 1,5m/s^2. ¿Qué distancia a lo largo de la autopista habrá recorrido el automóvil cuando su velocidad sea de 120km/h?

12. Un coche eléctrico puede alcanzar una velocidad máxima de 108km/h. La aceleración máxima es de 2,0 m/s^2 y la deceleración máxima es de 5,0 m/s^2. ¿Cuánto tiempo tardara en recorrer 1,0 km, si inicia el movimiento a partir del reposo y acelera con la máxima aceleración posible hasta alcanzar la velocidad de 108 km/h, y termina el recorrido con velocidad cero, habiendo frenado lo más rápidamente posible?

13. Una bala penetra en una tabla de 200 mm de espesor con una velocidad de 430 m/s y sale con una velocidad de 310 m/s.

    a) ¿Qué deceleración supuesta constante ha ejercido la tabla sobre la bala?

    b) ¿Qué espesor debe tener como mínimo esta tabla para que la bala quede detenida en ella?

14. Un automóvil está detenido ante un semáforo. En el momento en que salta el verde y arranca el automóvil, este es rebasado por un camión que circula por el carril de al lado a una velocidad de 36 km/h, el automóvil inicia el movimiento con una aceleración constante de 5,0 m/s^2 hasta que llega a una velocidad de 45 km/h y continua con esta velocidad. En qué tiempo sobrepasa el automóvil al camión.

15. La posición de un objeto está relacionada con el tiempo por $x = At^2 - Bt + C$, donde $A = 8\ m/s^2$, $B = 6\ m/s$ y $C = 4\ m$.

    a) ¿Es un movimiento uniformemente acelerado? ¿Por qué?
    b) ¿Cuál es la velocidad al cabo de 1 s?

16. La ecuación que nos da la posición de un móvil viene dada por la expresión $x = 6t^3 - 2t^2 + 5$, SI.

    a) Calcular la posición en el instante $t = 3\ s$.

b) Calcular el desplazamiento y la velocidad media en el intervalo de tiempo comprendido entre $t = 2\ s$ y $t = 4\ s$.

17. Un móvil se desplaza sobre una recta de modo que su distancia al origen viene dada por la ecuación $x = 6t - t^2$, SI. Calcular:

a) ¿En qué instante cambia el sentido del movimiento?
b) La posición del móvil en este instante.

18. La ecuación del movimiento de un cuerpo que se desplaza sobre una recta es $x = 8t - 3t^2$, SI.

a) Calcular la velocidad media en los intervalos de $t = 0$ a $t = 1\ s$ y de $t = 0$ a $t = 4\ s$.
b) Hallar la expresión de la velocidad media para el intervalo t, $a\ t + \Delta t$.
c) ¿Cuál es el valor límite de esta expresión cuando Δt tiende a cero?

19. La velocidad de un móvil que describe una trayectoria rectilínea viene dada por la expresión $v = 40 - 8{,}0\ t$, SI. Cuando t = 2,0 s, el móvil dista 80 m del origen. Determinar:

a) La expresión general de la distancia al origen.
b) La posición inicial.
c) La aceleración.
d) El instante en que la velocidad se anula y la posición en el mismo.

20. Un móvil se mueve sobre el eje Ox de tal manera que la posición viene dada por $x = a + bt + ct^2$, donde $a = 2{,}25\ m$, $b = 4{,}0\ m/s$ y $c = -1{,}0\ m/s^2$. Determinar el desplazamiento y la velocidad en el instante en que t – 1.2 *seg.*

21. La aceleración de un objeto que está descendiendo puede expresarse $a = g - b\ v$ donde b es una constante y v la velocidad (se ha tomado sentido positivo el del movimiento, es decir, hacia abajo). Determinar:

a) La expresión de la velocidad en función del tiempo.
b) La velocidad limite.
c) El momento en que alcanza la velocidad limite.
d) La ecuación de la posición en función del tiempo.

22. Se lanza una piedra hacia arriba con una velocidad de 20m/s.

a) ¿A qué altura llegara?
b) ¿Cuánto tiempo ha estado en el aire?

Hacer una gráfica velocidad-tiempo del movimiento de la piedra, desde que se lanza hasta que hayan pasado 6 s.

23. Un objeto en caída libre está descendiendo y al pasar por un determinado punto tiene una celeridad de 60,2 m/s. Calcular la velocidad al cabo de 5,0s.
    a) Resolver el problema tomando sentido positivo hacia arriba.
    b) Resolver el problema tomando sentido positivo hacia abajo.
24. Resolver el problema anterior suponiendo que el objeto está subiendo.
25. Desde una plataforma situada a 10 m del suelo se lanza verticalmente hacia arriba dos proyectiles con dos segundos de intervalo, el primero con una velocidad inicial de 80 m/s y el segundo con una velocidad inicial de 100 m/s.
    a) ¿Al cabo de cuánto tiempo a partir del lanzamiento del primero se encontrarán ambos a la misma altura?
    b) ¿A qué altura sucederá?
    c) ¿Qué velocidad tendrá cada uno en este momento?
26. Desde un globo que desciende con una celeridad constante de 12 m/s se suelta un lastre. Al cabo de 10 s:
    a) ¿Qué velocidad tendrá?
    b) ¿A qué distancia del punto de lanzamiento se encontrará?
    c) ¿Qué distancia medida sobre la trayectoria habrá recorrido?
27. Un estudiante que quiere determinar la aceleración de la gravedad se deja caer, cronometro en mano, desde la terraza de un edificio situada a una altura de 320 m del suelo. Un <Superman>, que ha observado lo que sucede, desea salvar al estudiante y 5,0 s después, se lanza desde la misma terraza. ¿Con qué velocidad mínima deberá lanzarse el <Superman> para alcanzar al estudiante antes de que llegue al suelo?
28. Desde un montacargas sin techo, que sube a la velocidad de 2,0 m/s respecto al suelo, se lanza un objeto hacia arriba con una celeridad de 19,5 m/s respecto al suelo. ¿Cuánto habrá subido el ascensor respecto al suelo cuando el objeto caiga de nuevo al ascensor?
29. Un avión lleva una velocidad respecto al aire de 800 km/h. el viento sopla de cola a una velocidad de 80 km/h.
    a) ¿Cuál es la velocidad del avión respecto a la torre de control?
    b) ¿Cuánto tiempo tardara en recorrer una distancia de 6 600 km?
30. Un marinero es capaz de nadar a una velocidad de 1,50 m/s respecto al agua. La corriente del rio lleva una velocidad de 0,80 m/s. Este marinero nada 140 m rio abajo y luego vuelve al punto de partida.

a) Determinar la velocidad respecto a la orilla del rio, del viaje de ida y del viaje de vuelta.
b) ¿Cuánto tiempo ha tardado en ir y volver?

31. Un móvil A, que lleva una velocidad de 5,0 m/s y una aceleración de 1,0 m/s^2, se encuentra a una distancia de 180 m de otro móvil B que se mueve en sentido contrario por la misma trayectoria a 4,0 m/s y una aceleración de 2,0 m/s^2 en el sentido del movimiento. Determinar:
    a) El tiempo que tardara en colisionar.
    b) La distancia del punto en el que tiene lugar la colisión a la posición inicial de A.
    c) Las respectivas velocidades en el momento de la colisión.

32. Un agente de la policía de tráfico situado en un determinado punto de una gran avenida observa mediante el radar que un automóvil se acerca a una velocidad de 90 km/h. El agente inicia la persecución del automóvil 4 s después de que pase a su altura, el vehículo conducido por el agente marcha con una aceleración de 3 m/s^2
    a) ¿Cuánto tiempo tardara este en dar alcance al automóvil?
    b) ¿A qué distancia del punto donde se hallaba el agente lo habrá alcanzado?

    Este problema puede resolverse también gráficamente de una forma muy sencilla. Para ello basta representar en un mismo gráfico la curva posición-tiempo de cada vehículo, el punto de intersección de ambas curvas indica el tiempo empleado por el agente en dar alcance el automóvil y el lugar donde se ha producido.

33. La Figura 2.57 nos muestra la posición de un cuerpo en función del tiempo. Calcular la velocidad media en los siguientes tramos:
    a) La velocidad media en el tramo A B
    b) La velocidad media en el tramo B C
    c) La velocidad media en el tramo C D
    d) La velocidad instantánea en $t = 6$ *seg.*

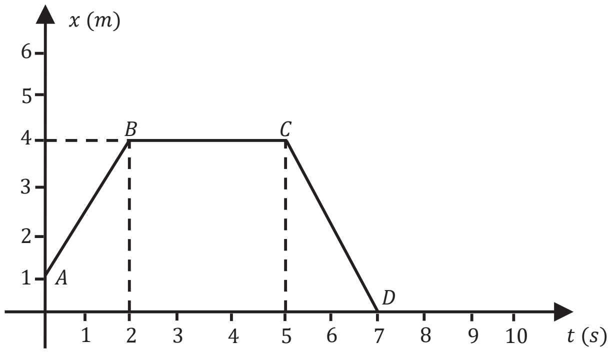


Figura 2.57: Representación gráfica de la posición de un cuerpo en función del tiempo.

34. En un gráfico se presenta la velocidad frente al tiempo. La pendiente de la tangente a la curva en un punto es igual a:
    a) La aceleración en este punto.
    b) La velocidad inicial.
    c) La velocidad en este punto.
    d) La distancia en el instante corresponde al punto en el que se ha trazado la tangente.

35. Cuanto aumenta el módulo de la velocidad de un objeto que tiene una velocidad negativa y que tiene un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, podemos decir que la aceleración es:
    a) Nula.
    b) Positiva.
    c) Negativa.
    d) Igual a 3 m/s^2

36. Para que se detenga un móvil que se mueve en la zona de posiciones positivas y en sentido negativo es necesario que: Figura 2.58

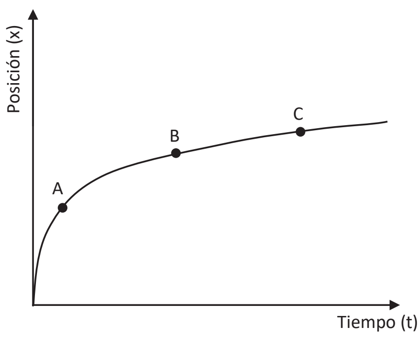


Figura 2.58: Representación gráfica de posición – tiempo del móvil

a) La aceleración sea positiva.
b) No es posible que se dé una situación así.
c) La aceleración tenga un valor muy elevado.
d) Que la aceleración sea negativa.

37. En una caída libre partiendo del reposo, los desplazamientos son:

a) Proporcionales a los tiempos al cuadrado.
b) Proporcionales a los tiempos.
c) Inversamente proporcionales a los tiempos.
d) Proporcionales a la raíz cuadrada de los tiempos.

38. Cuando el Sol está directamente arriba, un halcón se clava hacia el suelo con una velocidad constante de 5.00 m/s a 60.0° bajo la horizontal. Calcule la rapidez de su sombra a nivel del suelo.

39. Un pez que nada en un plano horizontal tiene velocidad $\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{i} = (4.00\hat{\imath} + 1.00\hat{\jmath})\, m/s$ en un punto en el océano donde la posición relativa a cierta roca es $\vec{\mathbf{r}}_\mathrm{i} = (10.0\hat{\imath} + 4.00\hat{\jmath})\, m$. Después de que el pez nada con aceleración constante durante 20.0 s, su velocidad es $\vec{\mathbf{v}}_\mathrm{i} = (20.0\hat{\imath} + 5.00\hat{\jmath})\, m/s$.

a) ¿Cuáles son las componentes de la aceleración?
b) ¿Cuál es la dirección de la aceleración respecto del vector unitario $\hat{\imath}$?
c) Si el pez mantiene aceleración constante, ¿dónde está en $t = 25.0\ s$ y en qué dirección se mueve?

40. El vector de posición de una partícula varía en el tiempo de acuerdo con la expresión $\vec{\mathbf{r}} = (3.00\hat{\imath} + 6.00t^2\hat{\jmath})\, m$.

a) Encuentre expresiones para la velocidad y aceleración de la partícula como funciones del tiempo.
b) Determine la posición y velocidad de la partícula en $t = 1.00\ s$.

41. Un pateador debe hacer un gol de campo desde un punto a 36.0 m (casi de 40 yardas) de la zona de gol, y la mitad de los espectadores espera que la bola libre la barra transversal, que tiene 35.0 m de alto. Cuando se patea, la bola deja el suelo con una rapidez de 20.0 m/s en un ángulo de 53°C de la horizontal.

a) ¿Por cuánto resulta insuficiente para librar la barra?
b) ¿La bola se aproxima a la barra transversal mientras aún se eleva o mientras va de caída?

42. Un bombardero en picada tiene una velocidad de 280 *m/s* a un ángulo θ bajo la horizontal. Cuando la altitud de la aeronave es 2.15 *km*, libera una bomba, que golpea un objetivo en el suelo. La magnitud del desplazamiento desde el punto de liberación de la bomba al objetivo es 3.25 *km*. Encuentre el ángulo θ.

43. Un jugador de futbol patea una roca horizontalmente de un montículo 40.0 *m* de de alto en un estanque. Si el jugador escucha el sonido del chapoteo 3.00 *s* después, ¿cuál fue la rapidez inicial dada a la roca? Suponga que la rapidez del sonido en el aire es 343 *m/s*.

44. Un automóvil viaja hacia el este con una rapidez de 50.0 *km/h*. Gotas de lluvia caen con una rapidez constante en vertical respecto de la Tierra. Las trazas de la lluvia en las ventanas laterales del automóvil forman un ángulo de 60.0º con la vertical. Encuentre la velocidad de la lluvia en relación con

    a) El automóvil
    b) La Tierra.

45. Al representar gráficamente las posiciones frente al tiempo de una pelota que hemos lanzado verticalmente y que al bajar recogemos en la mano, resulta:

    a) Una recta paralela al eje y.
    b) Una parábola que presente un máximo.
    c) Una recta de pendiente igual a la velocidad.
    d) Una recta paralela al eje x.

46. Cuando lanzamos una piedra hacia arriba, alcanza una altura máxima, se detiene y luego desciende. La aceleración en el punto de altura máxima es:

    a) Cero.
    b) La de la gravedad, pero dirigida hacia arriba.
    c) La de la gravedad, pero dirigida hacia abajo.
    d) El doble de la gravedad.

47. Al lanzar verticalmente hacia arriba un balón con una velocidad de 20 m/s, alcanza una altura máxima de:

a) 12 m   b) 14 m   c) 20 m   d) 35 m

48. Un objeto que cae libremente desde una altura de 20 m recorre, en el último segundo de caída, una distancia de:

a) 20 m   b) 15 m   c) 10 m   d) 35 m

49. En un ascensor que sube con una aceleración de 3,0 m/s^2 dirigida hacia arriba, cae la lámpara. Un observador situado en el ascensor la vera caer con una aceleración de módulo:

   a) 7 m/s^2 b) 10 m/s^2 c) 3,0 m/s^2 d) 13 m/s^2

50. Imaginemos una persona que se encuentra en un ascensor en caída libre, si suelta un llavero, la aceleración del llavero respeto a esta persona será:

   a) La de la gravedad.
   b) El doble de la gravedad.
   c) La mitad de la gravedad.
   d) Cero.

51. Un automóvil A va por una carretera detrás de otro B que va más deprisa. Consideramos positivo el sentido del movimiento de los automóviles. La velocidad de A vista desde B:

   a) Es positiva, por eso parece que se está acercando.
   b) Es negativa y parece que se aleja.
   c) Es positiva y parece que se aleja.
   d) Es negativa y parece que se acerca.

52. En la Figura 2.59, se muestra una gráfica que representa la velocidad de un cuerpo en función del tiempo.

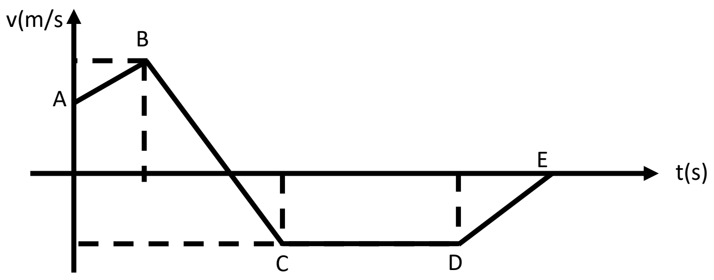


Figura 2.59: Representación gráfica de la velocidad de un cuerpo en función del tiempo.

Se puede afirmar que:

   a) En el tramo AB la velocidad es constante.
   b) En el tramo CD la aceleración es cero.
   c) En el tramo CD la velocidad de cero.
   d) En el tramo DE la aceleración aumenta a medida que transcurre el tiempo.

2.3 Actividades sobre fuerza, leyes del movimiento, energía, trabajo, y potencia.

Las actividades del siguiente taller están dirigidas a reforzar el proceso de aprendizaje, teniendo en cuenta como base los conocimientos adquiridos en experiencias cotidianas, experimentales y en el salón de clase, sobre los temas de fuerza, leyes del movimiento, energía, trabajo, y potencia.

1. Un bloque de masa m descansa sobre un plano que se puede ir inclinando progresivamente (Figura 2.60). El coeficiente de fricción estática entre el bloque y el plano es μ_e y el de fricción cinética μ_c. El ángulo máximo al que se puede inclinar el plano manteniendo el bloque en reposo es:

   a) $\theta_{max} = arctg\ (\mu_e)$
   b) $\theta_{max} = arcsen\ (\mu_c)$
   c) No hay suficientes datos para realizar este calculo
   d) $\theta_{max} = arccos\ (\mu_e)$

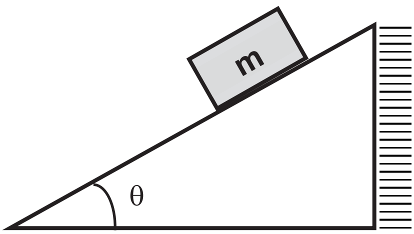


Figura 2.60: Un bloque de masa m descansa sobre un plano inclinado a un ángulo θ

2. Levantamos del suelo un cuerpo de 10 kg de masa utilizando un hilo. Si la tensión de ruptura del hilo es de 100 N, la máxima aceleración con que se puede levantar el cuerpo sin que se rompa el hilo es:

   a) 1,9 m/s^2
   b) El hilo se romperá sea cual sea la aceleración del cuerpo.
   c) 0,19 m/s^2
   d) 10 m/s^2

3. Suponiendo la fuerza de rozamiento entre el bloque y el plano de la Figura (2.61) despreciable, la aceleración que debe tener el plano para que el bloque no resbale por su pendiente es:

   a) $a = g\ tg\ \theta$
   b) $a = g\ cotg\ \theta$

c) a = g sen θ
d) a = g cos θ

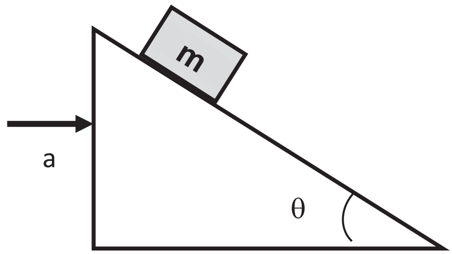


Figura 2.61: Bloque de masa *m* sobre un plano inclinado a un ángulo Θ. Se desprecia la fuerza de rozamiento

4. Una esfera de masa m = 7,0 *kg* se encuentra apoyada en dos planos lisos como indica la Figura 2.62. Determinar el valor de las fuerzas de reacción de los planos con la esfera.

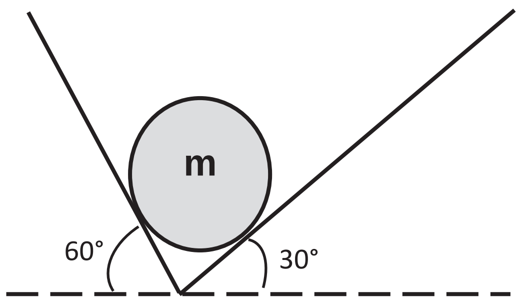


Figura 2.62: Gráfica de una esfera de masa *m* apoyada en dos planos lisos

5. Una bola se sostiene en la mano de una persona.
   a) Identifique todas las fuerzas externas que actúan sobre la bola y la reacción a cada una.
   b) Si la bola se suelta, ¿qué fuerza se ejerce sobre ella mientras cae? Identifique la fuerza de reacción en este caso. (Ignore la resistencia del aire.)
6. Si un automóvil viaja hacia el oeste con una rapidez constante de 20 *m/s*, ¿cuál es la fuerza resultante que actúa sobre él?

7. Sus manos están húmedas y el dispensador de toallas del baño está vacío. ¿Qué hace para quitar las gotas de agua de sus manos? ¿Cómo su acción ejemplifica una de las leyes de Newton? ¿Cuál de ellas?
8. Una pasajera sentada en la parte trasera de un autobús afirma que se lesionó cuando el conductor frenó bruscamente, lo que hizo que una maleta saliera volando hacia ella desde la parte delantera del autobús. Si usted fuese el juez en este caso, ¿qué sentencia haría? ¿Por qué?
9. Si usted sostiene una barra metálica horizontal varios centímetros arriba del suelo y la mueve a través del pasto, cada hoja de pasto se dobla en el camino. Si aumenta la rapidez de la barra, cada hoja de pasto se doblará más rápidamente. En tal caso, ¿cómo una podadora rotatoria corta el pasto? ¿Cómo ejerce suficiente fuerza sobre una hoja de pasto para cortarla?
10. Una bola de hule se suelta en el suelo. ¿Qué fuerza hace que la bola rebote?
11. El alcalde de una ciudad decide despedir a algunos empleados porque no corrigen los obvios pandeos de los cables que sostienen los semáforos de la ciudad. Si fuera abogado, ¿qué defensa daría en favor de los empleados? ¿Qué lado cree que ganaría el caso en la corte?
12. Cuando empuja sobre una caja con una fuerza de 200 *N* en lugar de una fuerza de 50 *N*, puede sentir que hace un mayor esfuerzo. Cuando una mesa ejerce una fuerza normal hacia arriba de 200 *N* en lugar de una de magnitud más pequeña, ¿la mesa realmente hace algo de modo diferente?
13. Un objeto de 3.00 *kg* se somete a una aceleración conocida por $\vec{\mathbf{a}} = (2.00\hat{\mathbf{i}} + 5.00\hat{\mathbf{j}})\ m/s^2$. Encuentre la fuerza resultante que actúa sobre él y la magnitud de la fuerza resultante.
14. Una fuerza $\hat{\mathbf{F}}$ aplicada a un objeto de masa m_1 produce una aceleración de 3.00 m/s^2. La misma fuerza aplicada a un segundo, objeto de masa m_2 produce una aceleración de 1.00 m/s^2.
    a) ¿Cuál es el valor de la relación m_1/m_2?
    b) Si m_1 y m_2 se combinan en un objeto, ¿cuál es su aceleración bajo la acción de la fuerza $\hat{\mathbf{F}}$?
15. Un objeto de 3.00 *kg* es móvil en un plano, con sus coordenadas *x y* conocidas mediante $x – 5t^2 – 1$ y $y – 3t^3 + 2$, donde *x* y *y* están en metros y *t* en segundos. Encuentre la magnitud de la fuerza neta que actúa en este objeto en $t – 2.00$ *s.*

16. La distancia entre dos postes de teléfono es de 50.0 *m*. Cuando un ave de 1.00 *kg* se posa sobre el alambre del teléfono a la mitad entre los postes, el alambre se comba 0.200 m. Dibuje un diagrama de cuerpo libre del ave. ¿Cuánta tensión produce el ave en el alambre? Ignore el peso del alambre.

17. A un bloque se le da una velocidad inicial de 5.00 *m/s* hacia arriba de un plano inclinado de 20.0º sin fricción. ¿Hasta dónde se desliza el bloque hacia arriba del plano antes de llegar al reposo?

18. Un automóvil viaja a 50.0 *mi/h* en una autopista.

    a) Si el coeficiente de fricción estática entre camino y llantas en un día lluvioso es 0,100, ¿cuál es la distancia mínima en la que el automóvil se detendrá?

    b) ¿Cuál es la distancia de frenado cuando la superficie está seca y μ_s – 0.600?

19. Un bloque de 3.00 *kg* parte del reposo en lo alto de un plano inclinado 30.0º y se desliza una distancia de 2.00 *m* hacia abajo por el plano en 1.50*s*. Encuentre

    a) La magnitud de la aceleración del bloque,
    b) El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el plano,
    c) La fuerza de fricción que actúa sobre el bloque
    d) La rapidez del bloque después de deslizar 2.00 *m*.

20. Dos objetos, uno masa M_1, y el otro de masa M_2, se ejecutan a fuerza iguales. La aceleración del segundo cinco veces la del primero ¿Cuál es la relación de las masas de los objetos?

21. Dos fuerzas, cuyas magnitudes son 3.0 *N* y 4.0 *N*, actúan formando ángulo recto entre si sobre una partícula de 2.0 *kg* de masa ¿Cuál es la magnitud de la aceleración de la partícula?

22. Un automóvil de 9.7 x 10^2 *kg* de masa frena a una rapidez de 38 *m/s*, en una distancia de 95 m. ¿Cuál es la magnitud de fuerza total que actúa sobre el automóvil?

23. Un libro descansa sobre la mesa del comedor. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca del peso del libro es correcta? Explique porque las demás son incorrectas

    a) Su peso es una propiedad invariable, independiente a donde este el libro en el universo.

    b) La fuerza que forma un par con el peso del libro es la fuerza normal que ejerce la mesa sobre él.

c) El peso del libro es directamente proporcional a su masa.

d) Si el libro acelera hacia arriba, su peso aumentaría

24. Una taza de café vacía, de masa M descansa sobre una mesa. ¿Cuál es la fuerza normal que ejerce la mesa sobre la taza? ¿Qué sucede cuando se vierte una masa m de café en la taza?

25. Una caja de 15 kg de masa descansa en el piso de un camión. Cuando el camión arranca a la señal del semáforo con una aceleración $a - 3.0\ m/s^2$, ¿Qué fuerza acelera a la caja? Calcule la magnitud de la fuerza y describa su dirección.

26. Un globo meteorológico lleva un instrumento de masa m. Si asciende a rapidez constante, ¿Cuál es la tensión en el cable (sin masa) del que cuelga el instrumento?

27. Un bloque de masa M descansa en el piso. Una cuerda, de la que tira una persona ejerce una tensión hacia arriba. ¿Qué sucede con la fuerza normal que ejerce el piso cuando la persona tira más de la cuerda? ¿Qué sucede si la persona suelta la cuerda?

28. Un bloque de masa M descansa en el piso. Y esta fija en el techo por un cordón tenso. ¿Puede determinar la fuerza normal y la tensión de la cuerda? Describa su argumento.

29. Una caja de naranjas de masa M, descansa sobre una superficie de hielo y está unida a la pared mediante una cuerda. Otra cuerda pasa por una polea sin fricción y sostiene otra caja de igual masa (Ver Figura 2.63.). ¿Cuál es la tensión de la cuerda? b) si la cuerda entre la caja de naranjas y el muro se reemplaza por un soporte de constante K y longitud normal ℓ, ¿a qué distancia está la caja del muro? Figura 2.63.

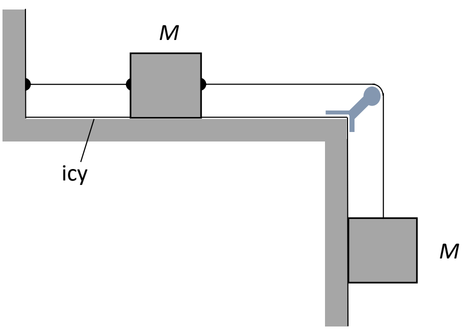


Figura 2.63: Una caja de masa (M) descansa sobre una superficie de hielo unida por medio de una polea a otra masa igual magnitud (M).

30. La máquina de Atwood era un método para comprobar las leyes de Newton está formada por dos objetos de masa M y $m < M$, colgados con una cuerda ideal que pasa por una polea sin masa y sin fricción. Calcule la aceleración de cada objeto. Figura 2.64

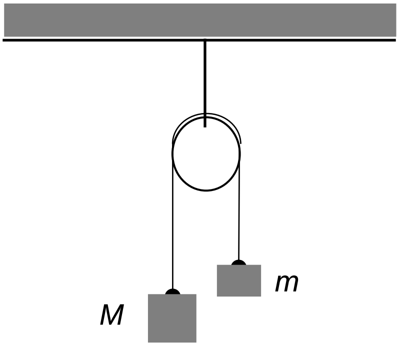


Figura 2.64: Máquina de Atwood formada por dos objetos de masas M y $m < M$ colgada a una cuerda ideal que pasa por una polea

31. Calcule la tensión de cada cuerda del sistema de dos bloques que se muestran en la Figura 2.65

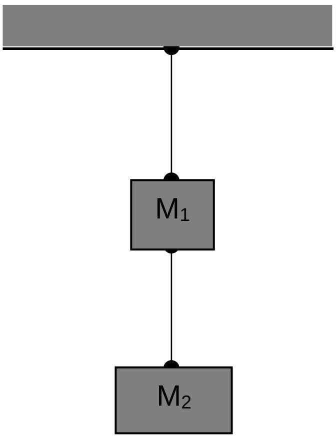


Figura 2.65: Dos bloques de masas M_1 y M_2 unidos por medio de una cuerda sujeta a un soporte fijo

32. Dos masas están suspendidas de una cuerda y un resorte, cuya constante es k. Calcule la tensión en la cuerda y el estiramiento de resorte. Figura 2.66

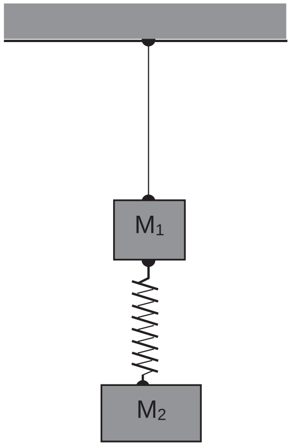


Figura 2.66: Dos bloques de masas M_1 y M_2 unidos por medio de un resorte y una cuerda sujeta a un soporte fijo.

33. En el sistema de la figura, la masa $m_2 – 4m_1$ y no hay fricción entre los bloques y las superficies sobre las cuales se mueven, Figura 2.67. Hallar:

   a) La aceleración del sistema.
   b) La tensión de la cuerda, si la masa $m_1 – 5\ kg$.

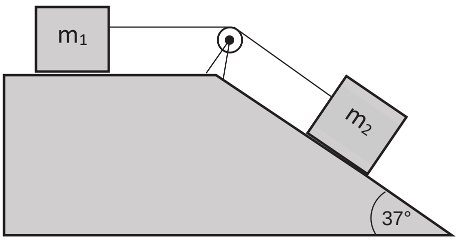


Figura 2.67: Representación gráfica de un bloque de masa m_1, sobre una superficie plana y otro bloque de masas m_2 sobre una superficie inclinada a un ángulo de 37º

34. Dos bloques de masas, $m_1 – 5\ kg$ y $m_2 – 3\ kg$, están conectados por una cuerda que se desliza a través de una polea sin fricción, con un bloque de masa m_3, como en la Figura 2.68 del problema. El coeficiente cinético de fricción entre el bloque m_1 y la superficie horizontal es $\mu_c = 0,2$, y el coeficiente estático de fricción entre los dos bloques es $\mu_e – 0,4$.

   a) Hacer los diagramas de cuerpo libre para los bloques m_1, m_2 y m_3.
   b) ¿Cuál es el máximo valor de la masa m_3, de tal manera que el bloque m_2 no se deslice con respecto al bloque m_1?

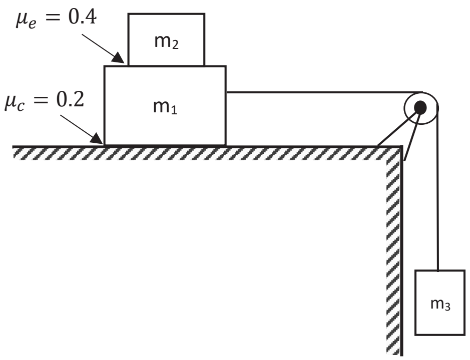


Figura 2.68: Representación gráfica de dos bloques m_1 y m_2, conectados por medio de una cuerda que se desliza a través de una polea sin fricción con el bloque de masa m_3

35. En un juego de tirar la cuerda, exprese si el equipo que pierde efectúa una cantidad positiva o negativa de trabajo. ¿Cómo se conciliaría este resultado con el esfuerzo que han realizado?
36. Un niño anda en bicicleta a velocidad constante sobre una calle a nivel. ¿La calle hace trabajo sobre la bicicleta? Si el niño dejara de pedalear, ¿Haría trabajo la calle?, y, en caso afirmativo, ¿Este sería positivo o negativo?
37. Un clavadista que pesa 53 kg hace un doble salto mortal desde la plataforma de clavados de 10m. Determine el trabajo total realizado por la gravedad.
38. Una fuerza constante que actúa sobre un objeto no produce potencia constante. Explíquelo.
39. Se entrega potencia eléctrica a una lámpara a razón de 150 watts. Exprese esta cantidad en caballos (cv y hp).
40. Invente una ley de fuerzas que se pueda utilizar para describir el movimiento en dos dimensiones de un objeto puntual. Determine si el trabajo debido a esta fuerza es independiente de la trayectoria.
41. La energía cinética inicial de un cuerpo en movimiento es U_{co}. La velocidad del objeto se duplica por acción de las fuerzas aplicadas. ¿Qué trabajo efectuó la fuerza resultante sobre el cuerpo?
42. Cite dos ejemplos en los que se ejerza una fuerza sobre un objeto sin realizar trabajo alguno sobre el objeto.
43. Cuando un péndulo oscila hacia atrás y hacia adelante, las fuerzas que actúan sobre el objeto suspendido son la fuerza gravitacional, la tensión en la cuerda de soporte y la resistencia del aire.

a) ¿Cuál de estas fuerzas, si alguna, no realiza trabajo en el péndulo?
b) ¿Cuál de estas fuerzas realiza trabajo negativo en todo momento durante su movimiento?
c) Describa el trabajo que invierte la fuerza gravitacional mientras el péndulo oscila.

44. ¿Para qué valores del ángulo Θ entre dos vectores su producto escalar es?

a) Positivo
b) Negativo

45. Cierto resorte uniforme tiene constante de resorte k. Ahora el resorte se corta a la mitad. ¿Cuál es la relación entre k y la constante de resorte k' de cada resorte más pequeño resultante? Explique su razonamiento.

46. ¿La energía cinética puede ser negativa? Explique.

47. Discuta el trabajo invertido por un pitcher que lanza una pelota de beisbol. ¿Cuál es la distancia aproximada a través de la cual actúa la fuerza mientras se lanza la pelota?

48. Si la rapidez de una partícula se duplica, ¿qué ocurre con su energía cinética?

a) Se vuelve cuatro veces mayor.
b) Se vuelve dos veces mayor.
c) Se vuelve $\sqrt{2}$ veces mayor.
d) No cambia.
e) Se vuelve la mitad.

49. Un estudiante tiene la idea de que el trabajo total invertido en un objeto es igual a su energía cinética final. ¿Este enunciado es cierto siempre, a veces o nunca? Si a veces es cierto, ¿bajo qué circunstancias? Si es siempre o nunca, explique por qué.

50. ¿Una fuerza normal puede realizar trabajo? Si no, ¿por qué no? Si sí, dé un ejemplo.

51. ¿Qué se puede decir acerca de la rapidez de una partícula si el trabajo neto realizado sobre ella es cero?

a) Es cero.
b) Disminuye.
c) No cambia.
d) No se puede extraer una conclusión.

52. La energía cinética de un objeto depende del marco de referencia en el que se observa su movimiento. Dé un ejemplo para ilustrar este punto.

53. Si sólo una fuerza externa actúa sobre una partícula, necesariamente cambia la:

   a) Energía cinética de la partícula
   b) ¿Su velocidad?

54. Un bloque de 2,50 *kg* de masa se empuja 2.20 *m* a lo largo de una mesa horizontal sin fricción por una fuerza constante de 16.0 *N* dirigida 25.0º debajo de la horizontal. Determine el trabajo invertido sobre el bloque por:

   a) La fuerza aplicada,
   b) La fuerza normal que ejerce la mesa
   c) La fuerza gravitacional.
   d) Determine el trabajo neto invertido en el bloque.

55. Una gota de lluvia de 3.35 x 10^{-5} *kg* de masa cae verticalmente con rapidez constante bajo la influencia de la gravedad y la resistencia del aire. Modele la gota como partícula. Mientras cae 100 *m*, Cuál es el trabajo consumido en la gota

   a) Por la fuerza gravitacional
   b) Por la resistencia del aire

56. Una partícula de 0.600 *kg* tiene una rapidez de 2.00 *m/s* en el punto Ⓐ y energía cinética de 7.50 J en el punto Ⓑ. Cuáles son

   a) Su energía cinética en Ⓐ
   b) su rapidez en Ⓑ
   c) el trabajo neto invertido en la partícula conforme se mueve de Ⓐ a Ⓑ?

57. Una bola de 0.300 *kg* tiene una rapidez de 15.0 *m/s.*

   a) ¿Cuál es su energía cinética?
   b) ¿Qué pasaría si su rapidez se duplica?, ¿cuál sería su energía cinética?

58. Un carro de montaña rusa, de 1000 *kg,* inicialmente está en lo alto de un bucle, en el punto Ⓐ. Luego se mueve 135 pies a un ángulo de 40.0º bajo la horizontal, hacia un punto inferior Ⓑ.

   a) Elija el carro en el punto Ⓑ como la configuración cero para energía potencial gravitacional del sistema montaña rusa-Tierra. Hallar la energía potencial del sistema cuando el carro está en los puntos Ⓐ y Ⓑ y el cambio en energía potencial conforme se mueve el carro.

b) Repita el inciso a), pero haga a configuración cero con el carro en el punto Ⓐ.

59. Un niño de 400 N está en un columpio unido a cuerdas de 2.00 m de largo. Encuentre la energía potencial gravitacional del sistema niño–Tierra en relación con la posición más baja del niño cuando

   a) Las cuerdas están horizontales,
   b) Las cuerdas forman un ángulo de 30.0º con la vertical
   c) El niño está en el fondo del arco circular.

60. Si se sabe que es cero la fuerza sobre un cuerpo en determinado punto. ¿Implica esto necesariamente que la energía potencial es nula en ese punto?

61. Se deja caer una bola de caucho desde una plataforma hasta el piso, donde rebota varias veces y finalmente queda en reposo. Describa las diversas transformaciones de energía que ocurren.

62. Un péndulo que se pone inicialmente en movimiento llega por último al reposo. Explique esta observación en términos del teorema del trabajo y la energía.

63. Cuando un objeto desliza sobre una superficie áspera, la fricción efectúa una cantidad negativa de trabajo. Explique lo anterior en términos del teorema del trabajo y la energía.

64. Un deportista que pesa 90 kgf asciende por una cuerda hasta 7.5 m de altura en 15 s.

   a) ¿Qué trabajo efectúa?
   b) Suponiendo que sube a velocidad constante, ¿Qué potencia desarrolla?

65. Se arrastra un bloque con peso de 25 kgf a velocidad constante sobre una superficie horizontal una distancia de 9 m mediante una fuerza F que actúa a un ángulo de 37° arriba de la horizontal. El coeficiente de fricción deslizante entre el bloque y la superficie vale 0.20. Determine:

   a) La magnitud de la fuerza F.
   b) El trabajo efectuado por F.
   c) El trabajo realizado por la fuerza de fricción.
   d) El trabajo hecho por la fuerza de gravedad.

66. Inicialmente se comprime un resorte ideal una distancia de 0.05 m a partir de su longitud de equilibrio. Se ejerce una fuerza adicional de 600 N sobre el mismo, aumentando en 0.15 m la compresión. Determina:

   a) La constante de elasticidad del resorte.

b) El trabajo efectuado para comprimirlo inicialmente en 0.05 m.
c) El trabajo adicional requerido para aumentar la comprensión en 0.15m.

67. Un nadador puede recorrer 45 m en 23.0 s, desarrollando una potencia media de 2 kW en el proceso. ¿Qué fuerza media ejerce el deportista contra el agua durante su ejercicio?

68. Un bloque de 2.50 Kg de masa se empuja 2.20 m a lo largo de una mesa horizontal sin fricción por una fuerza constante de 16.0 N dirigida 25.0° debajo de la horizontal. Determine el trabajo invertido sobre el bloque por:

a) La fuerza aplicada.
b) La fuerza normal que ejerce la mesa.
c) La fuerza gravitacional.
d) Determine el trabajo neto invertido en el bloque.

69. Para dos vectores cualesquiera $\vec{A}$ y $\vec{B}$, demuestre que $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$. Escriba $\vec{A}$ y $\vec{B}$ en forma de vectores unitarios.

70. Una fuerza $\vec{F} = (6\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})$ actúa en una partícula que experimenta un desplazamiento $\Delta\vec{r} = (3\hat{\imath} + \hat{\jmath})\ m$. Hallar:

a) El trabajo invertido por la fuerza en la partícula
b) El ángulo entre $\vec{F}$ y $\Delta\vec{r}$.

71. La fuerza que actúa en una partícula es $F_x - (Bx - 16)N$, donde x está en metros.

a) Grafique esta fuerza con x desde $x - 0$ hasta $x - 3.00\ m$.
b) A partir de su gráfica, encuentre el trabajo neto realizado por esta fuerza sobre la partícula conforme se traslada de $x - 0$ a $x - 3.00\ m$.

72. La fuerza que actúa sobre una partícula varia como se muestra en la figura (2.69). Encuentre el trabajo invertido por la fuerza en la partícula conforme se mueve.

a) De $x - 0$ a $x - 8.00\ m$.
b) De $x - 8.00\ m$. a $x - 10.0\ m$.
c) De $x - 0$ a $x - 10.0\ m$.

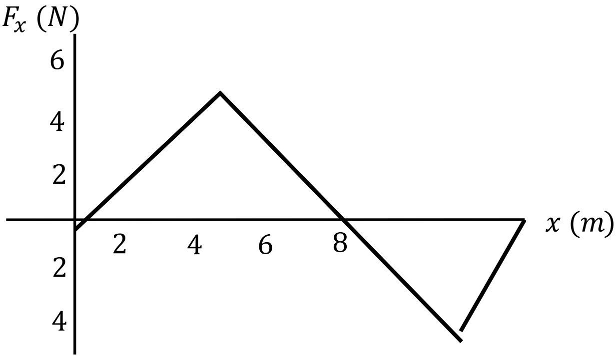


Figura 2.69: Representación gráfica en el plano $x\,y$ de la fuerza F_x (N) y el desplazamiento x (m).

73. Una fuerza $\vec{F} = (4x\hat{\imath} + 3y\,\hat{\jmath})\ N$ actúa sobre un objeto mientras el objeto se mueve en dirección x desde el origen hasta $x - 5.00\ m.$ Encuentre el trabajo $W = \int \vec{F}\ \cdot d\vec{r}$ invertido por la fuerza sobre el objeto.

74. Una partícula se somete a una fuerza F_x que varía con la posición, como se muestra en la Figura (2.70). Encuentre el trabajo invertido por la fuerza en la partícula mientras se mueve:

   a) De $x - 0$ a $x - 5.00\ m.$
   b) De $x - 5.00\ m.$ a $x - 10.0\ m.$
   c) De $x - 10.0\ m.$ a $x - 15.0\ m.$
   d) ¿Cuál es la distancia $x - 0$ a $x - 15.0\ m.$?

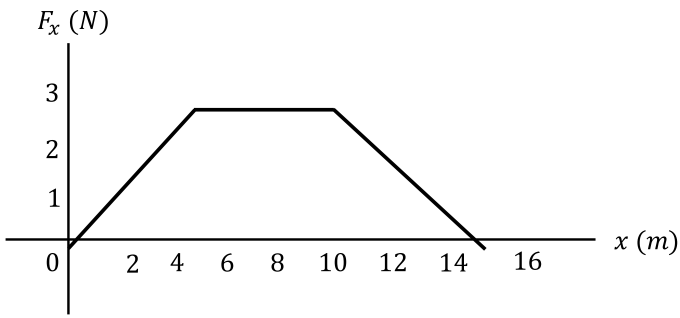


Figura 2.70: Representación gráfica en el plano $x\,y$ de la fuerza F_x (N) y el desplazamiento x (m)

75. Cuando un objeto de 4.00 kg cuelga verticalmente en cierto resorte ligero descrito por la ley de Hooke, el resorte se estira 2.50 cm. Si se quita el objeto de 4.00 kg:

a) ¿Cuánto se estirará el resorte si se le cuelga un objeto de 1.50 kg?

b) ¿Cuánto trabajo debe realizar un agente externo para estirar el mismo resorte 4.00 cm desde su posición sin estirar?

76. Una partícula de 0.600 kg tiene una rapidez de 2.00 m/s en el punto Ⓐ y energía cinética de 7.50 J en el punto Ⓑ. Cuáles son:

a) Su energía cinética en Ⓐ.

b) Su rapidez en Ⓑ.

c) El trabajo neto invertido en la partícula conforme se mueve de Ⓐ a Ⓑ.

77. Un objeto de 3.00 kg tiene una velocidad de $(6.00\,\hat{\imath} - 2.00\,\hat{\jmath})\,m/s$.

a) ¿Cuál es su energía cinética en este momento?

b) ¿Cuál es el trabajo neto invertido en el objeto si su velocidad cambia a $(8.00\,\hat{\imath} + 4.00\,\hat{\jmath})\,m/s$? El producto punto para la velocidad es $v^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$.:

78. Un martinete de 2.100 kg se usa para enterrar una viga I de acero en la tierra. El martinete cae 5.00 m antes de quedar en contacto con la parte superior de la viga. Después clava la viga 12.0 cm más en el suelo mientras llega al reposo. Aplicando consideraciones de energía, calcule la fuerza promedio que la viga ejerce sobre el martinete mientras este llega al reposo.

Bibliografía

P. León, La enseñanza Problemática, Aplicada a las Competencias Básicas para la Resolución de Problemas de Física, Tesis de grado para optar al título de Magíster Artium en Ciencias Aplicadas, Área Física, pp. 1 – 137, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela, (2006).

P. León, Un enfoque problémico y por competencias para la Enseñanza de la Física, Área Física, Universidad de La Guajira, Riohacha – La Guajira, Colombia, (2014).

A. Arteaga, Física I Teoría y Práctica, pp. 7-120, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela, (2005).

O. Alcaraz, J. López y V, Solanas, Física, Problemas y Ejercicios Resueltos, Editorial Pearson Prentice Hall, España, (2006).

Arrieta P. Xiomara, Prácticas de física, Maracaibo, Venezuela, (1999).

Nuevo manual de la Unesco para la enseñanza de la Ciencias, Sudamericana, Buenos Aires, (1989).

Hewit, Paul, Manual de la laboratorio de física, New York, EE.UU, (1998).

Valero, M, Física Fundamental I-II, Norma, Colombia, (1998).

Holguín T. Carlos A. Diseño, calculo, Construcción de equipos sencillo de laboratorio para la enseñanza de las ciencias básicas, Colombia, (2010).

Abreu Regueiro, Roberto, La Pedagogía Profesional, un imperativo de la escuela politécnica y la entidad productiva contemporánea, Tesis de Maestría, CEPROF, ISPETP, pp. 9 – 38, La Habana, Cuba, (1996).

Alarcón, José y Montenegro, Ignacio, Competencias Psicológicas, Autoevaluación Docente, 1 ed. Magisterio, (2000).

Álvarez de Zayas, Carlos, La escuela en la vida. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, Cuba, (1995).

Bachelard, Razón, conocimiento y espíritu científico, p. 55. (1985).

Porlan A., Rivera García A., y Martin del Pozo, Conocimiento Profesional y Epistemología de los Docentes, pp. 271-288, Sevilla, España, (1998).

Borh, Heinsemberg, Estudio del Átomo, Movimiento de un Fotón, (1993).

Hacia una escuela de excelencia. Editorial Academia. La Habana, Cuba, (1996).

Baró Baró, Wildo, La Enseñanza Problémica aplicada a la técnica, Editorial Academia, La Habana, Cuba, (1997).

Bermúdez Sarguera, Rogelio y Rodríguez Rebustillo, Marisela, Teoría y metodología del aprendizaje, Editorial Pueblo y Educación, pp. 28, La Habana, Cuba, (1996).

Bravo Salinas, Néstor H, Pedagogía Problémica, acerca de los nuevos paradigmas en educación, Editorial TM, p. 2, Convenio Andrés Bello, Colombia, (1997).

Brito Abrahantes, Delfín M, Cómo desarrollar las asignaturas técnicas con un enfoque problémico, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba, (1994).

Cortijo Jacomino, René, Didáctica de las Ramas Técnicas, una alternativa para su desarrollo. Tesis de Maestría, CEPROF, ISPETP, p. 2, La Habana, Cuba, (1996).

Díaz, B y Hernández, Gerardo, Estrategias docentes para un aprendizaje significativo, Una interpretación constructivista, 2 ed, Mc Graw-Hill, México, (2000).

Flórez, María, Estrategias de supe aprendizaje en el logro de la Resolución de problemas de Física, Tesis de grado para optar al título de Magíster en Ciencias Aplicadas, Área Física, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela, (2000).

Fraga, Rafael, Metodología de las áreas profesionales, Soporte magnético, CEPROF ISPETP, PP 7, La Habana, Cuba, (1997).

Fuentes González, Homero y Álvarez Valiente, Ilsa, Dinámica del proceso docente educativo de la educación superior. CEES Manuel F, Gran, Universidad de Oriente, p.19, Santiago de Cuba, (1998).

Galperin, P, Ya, Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales, En Antología de la Psicología Pedagógica y de la Edades, Editorial Pueblo y Educación, p. 33- 67, La Habana, Cuba, (1986).

García Hernández, Miguel y otros, Métodos activos en la Educación Técnica y Profesional, Editorial Pueblo y Educación, p. 10, La Habana, Cuba, (1990).

Guevos, A, I, Los aspectos psicológicos de la síntesis de la Enseñanza Problémica y programada, p. 22, Znanie, Moscú, (1973).

Hernández R., Fernández, C. y Baptista, P., Metodología de la investigación, 2 ed, pp. 67-410, (1998).

ICFES, Magisterio Colombiano, Evaluación por competencias en Física, Biología y Química. 1 ed, pp. 20-280, Bogotá D.C., Colombia (2004).

Lea, Susan y Burke John, La naturaleza delas cosas. Física, Volumen I, Internacional Thomson E. (1999).

Leontiev, A. M, Los problemas del desarrollo del psiquismo, Editorial Academia de Ciencias Pedagógicas, pp. 23-29, Moscú, (1959).

Lerner, I., Sistema didáctico de los métodos de enseñanza, Znanie, p. 60, Moscú, (1976).

Majmutov, Mirza I, La Enseñanza Problémica, Editorial Pueblo y Educación, pp. 28-266, La Habana, Cuba, (1983).

Marín, Raúl. Evaluación por competencias en Física, Panamericana, 1 reimpresión, (2004).

Martínez Llantada, Martha, Fundamentos lógico – gnoseológicos de la Enseñanza Problémica, Tesis de Doctorado, ISP Enrique José Varona, La Habana, Cuba, (1983).

Fundamentos teóricos y metodológicos de la Enseñanza Problémica, Curso pre – evento, Pedagogía 86, La Habana, Cuba, (1986).

La Enseñanza Problémica de la Filosofía Marxista Leninista, Editorial de Ciencias Sociales, La Habana, Cuba, (1987).

Actividad pedagógica y creatividad. Palacio de las Convenciones. La Habana, Cuba, (1993).

Calidad educacional, actividad pedagógica y creatividad. Editorial Academia. La Habana, Cuba, (1998).

Medina Gallego, Carlos, La Enseñanza Problémica: entre el constructivismo y la educación activa, Editorial Rodríguez Quito, 2da edición, Colombia, (1997).

Okón, V., Fundamentos de la Enseñanza Problémica. Editorial Instrucción Pública, Moscú, (1968).

Ortiz Ocaña, Alexander Luis Los métodos y procedimientos activos en la enseñanza de las asignaturas técnicas de la especialidad economía en la ETP. Evento Internacional Pedagogía 95. La Habana, Cuba, (1995).

Metodología de la Enseñanza Problémica en el aula de clases, Asiesca, (2004).

La activación del proceso pedagógico profesional: un imperativo de la Pedagogía contemporánea en la escuela politécnica cubana. Evento Internacional Pedagogía 97. La Habana, Cuba, (1997).

La activación de la enseñanza profesional: un imperativo de la Pedagogía contemporánea en la escuela politécnica cubana, Tesis de Maestría, ISPETP, La Habana, Cuba, (1997).

La Enseñanza Problémica de las Matemáticas en las escuelas politécnicas de economía, Revista especializada Contabilidad e Información, Brasil, Septiembre (1998).

La Enseñanza Problémica en la formación de profesionales técnicos. Curso 25. Evento Internacional Pedagogía 99. La Habana, Cuba, (1999).

Compendio de Pedagogía Profesional, Creatividad y Enseñanza Problémica. Ediciones Litoral, Barranquilla, Colombia, (2000).

La Enseñanza Problémica de las Matemáticas en la formación del estudiante de nivel medio. Evento Internacional Pedagogía 2001, La Habana, Cuba, (2001).

Ortiz Ocaña, Alexander. Decano Facultad Ciencias Técnicas. Universidad Pedagógica José de la Luz y Caballero. Holguín. Cuba.

Patiño Rodríguez, María del Rosario y otros, El modelo de la escuela politécnica cubana: una realidad. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba, (1996).

Pereda Rodríguez, Justo Luis, Peculiaridades de la Enseñanza Problémica en la docencia de los fundamentos del Marxismo – Leninismo, Tesis de Doctorado, Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, La Habana, Cuba, (1993).

Pineda, Lenda. Aplicación de nuevas tecnologías didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la Física. Tesis de Grado para optar al título de Magíster en Ciencias Aplicadas. Área Física, LUZ, Maracaibo, Venezuela, (2004).

Rodríguez, Esteban, Enseñanza de las Ciencias Naturales, Prototipos de Material de bajo costo, Mejoras, (1996).

Sarramona, Jaume, Las Competencias Básicas en la Educación Obligatoria, CEAC, (2004).

Silvestre Oramas, Margarita Aprendizaje, Educación y Desarrollo. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba, (1999).

Silvestre Oramas, Margarita y Zilberstein Toruncha, José, ¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje? Ediciones CEIDE, México, (2000).

Talízina, Nina, Conferencias sobre los fundamentos de la enseñanza en la Educación Superior, La Habana, Cuba, (1984).

Procedimientos iniciales del pensamiento lógico. Universidad de Camagüey, DEPES, MES, (1987).

Perea Sandoval C., El Concepto de Competencia y su Aplicación en el Campo de la Educación, Colombia, (2000).

Torres Fernández, Paúl, La Enseñanza Problémica de la Matemática del nivel medio general, Tesis de Doctorado. ISP Enrique José Varona, La Habana, (1993).

Turner Martí, Lidia y Chávez Rodríguez, Justo, Se aprende a aprender. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba (1989).

Vigotsky, L. S., Pensamiento y Lenguaje, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, (1981).

Zilberstein Toruncha, José y Valdés Veloz, Héctor, Aprendizaje escolar y calidad educacional. Ediciones CEIDE, México, (1999).

Ríos y Sixto, Modelización, Alianza Universidad, Madrid, España (1995).

Pasco, Xplorer GLX Dataloger PS-2002, Guía de Usuario, (2006).

Georges-Henri Luquet, Children´s Drawings, Free Association Books, Reino Unido (2001).

Hevit, Paul, Manual de Laboratorio de Física, New York, Estados Unidos, (1998).

McKelvey, John P. & Grotch, Howard – Fisca para Ciencias e Ingeniería – Vol. I

Jorge L. Galan R., Carlos A. Avila B., Prefisica: Preparación para física universitaria y sus herramientas matemáticas, Universidad de los Andes, Facultad de Ciencias, Departamento de Física, Bogotá D.C., Colombia.

Feynman, Richard P., Física, Volumen I, México, 1998.

Serway, Raymond A., Física, Volumen I, México, 1999.

Sears, Francis W., Física, Universitaria Volumen I, México, 1999.

Serway, Raymond A., Física, Volumen I, México, 2001

Sears, Francis W., Física Universitaria, Volumen I, México, 2004.

Serway, Raymond A., Física, Volumen I, México, 2008

Serway, Raymond A., Física, Volumen I, México, 2009

Serway, Raymond A., Física, Volumen I, México, 2014

Sears, Francis W., Física para ciencias e ingeniería, Volumen I, México, 1999.

Serway, Raymond A., Fundamentos de física, Volumen I, México, 2010

Zuleta, Estanislao. Educación y filosofía. En: Educación y Democracia. Un campo de combate, p. 109, Bogotá: tercer Milenio, 1995.

Novak, Joseph, Conocimiento y aprendizaje.: Alianza Editorial, P.31, Madrid 1988.

Kant, E. Pedagogía, Akal, p. 34. Madrid, 2003.

Delors, J y otros, La educación encierra un tesoro, Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI. Santillana, Madrid, p. 95. 1996.

Zuleta, E. Óp., cit, p. 104.

Pozo J. La Solución de Problemas, Editorial Santillana, Madrid, (1994)

J. F. Rojas-Rodríguez, M. A. Morales-Sánchez, A. Rangel-Huerta; Física Computacional: una propuesta educativa; Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. B. Universidad Autónoma de Puebla.

Arnd and Báker. Computational physics educaction with python. Computing in Science & Engineering, 2007.

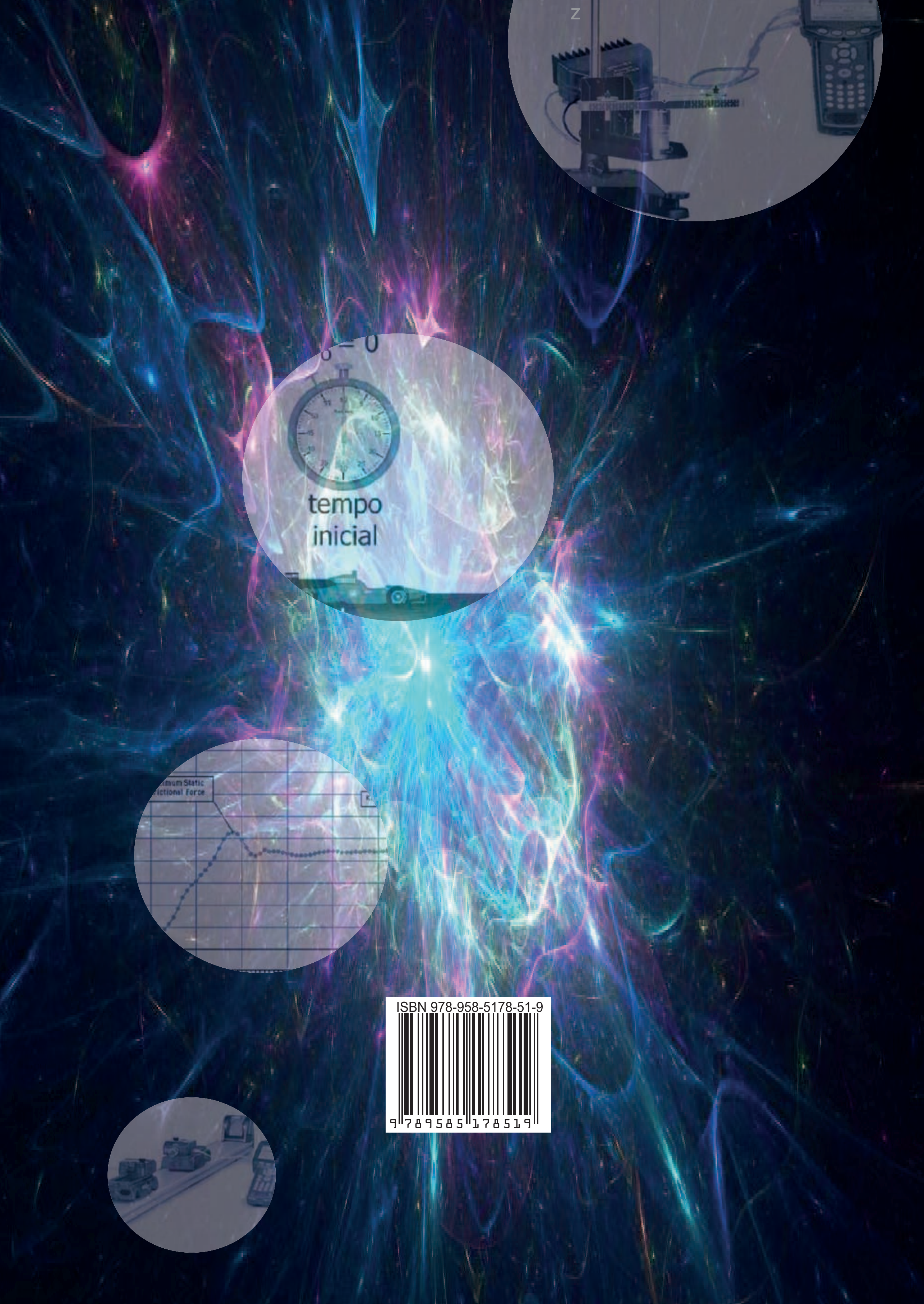
S. Frish and A. Timoreva. Curso de Física General. Tomo I. Editorial MIR, 3 edición, 1977

Eduardo W. V. Chaves y Roberto Mínguez; Mecánica computacional en la ingeniería con aplicaciones en Matlab; Ciudad Real, 2010.

Sebastián, J.M. Fuerza y movimiento: la interpretación de los estudiantes. (1984).

Valente, M. y A.J. Neto El ordenador y su contribución a la superación de las dificultades de aprendizaje en mecánica. (1992).

Patricio Cordero S. Métodos Computacionales en Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile; Chile, 203.



ISBN 978-958-5178-51-9