

PEDRO ANTONIO LEÓN TEJADA

Construcción de modelos
matemáticos
para la ciencia física



UNIVERSIDAD DE LA GUAJIRA | SHIKI EKRAJA
PULÉE WAJIRA

CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS
PARA LA CIENCIA FÍSICA

PEDRO ANTONIO LEÓN TEJADA

CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA CIENCIA FÍSICA

Experiencias teórico-prácticas
a partir de la construcción de modelos matemáticos
para la ciencia física



UNIVERSIDAD | SHIKII EKIRAJIA
DE LA GUAJIRA | PULEE WAJIIRA

Universidad de La Guajira
Facultad de Ingeniería
Riohacha

**Construcción de modelos matemáticos
para la Ciencia Física**

© Pedro Antonio León Tejada

© Universidad de La Guajira
Primera edición, 2018

ISBN: 978-958-5534-05-6

Carlos Arturo Robles Julio
Rector

Hilda Choles Almazo
Vicerrectora Académica

Víctor Miguel Pinedo Guerra
Vicerrector Investigación y Extensión

Sandy Elena Romero Cuello
Decana Facultad de Ingeniería

Sulmira Medina Payares
Directora de Investigaciones

Diseño de portada
Luz Mery Avendaño

Preprensa e impresión:
Editorial Gente Nueva
Pbx: 320 21 88
Bogotá

Depósito legal

Impreso en Colombia
Printed in Colombia

A Dios
A mi familia
A las directivas de Uniguajira
A los docentes del Área de Física
A los estudiantes de Ingeniería

Acerca del autor

Magister en Física, Especialista en Enseñanzas de la Ciencias Naturales. Licenciado en Física y Matemática. Ha sido Coordinador del Área de Física de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la Guajira. Profesor de Física en la Universidad del Zulia para el estudio del proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la Física. Ha sido conferencista y ponente en distintos congresos de Física, realizados en Colombia y Venezuela. También fue profesor de la Universidad del Litoral de Barranquilla, del SENA y otras instituciones educativas en Riohacha.

Contenido

Presentación	11
Introducción	17

PRIMERA PARTE

Contexto general de la enseñanza problémica y los modelos matemáticos para la física

1. El problema y su fundamentación teórica	23
1.1. Planteamiento del Problema	23
1.2. Bases teóricas	24
1.3. Teorías relacionadas con la enseñanza Problémica desde una dimensión técnico – profesional	36
1.4. Las operaciones del pensamiento	44
1.5. El Aprendizaje	50
1.6. Elementos teóricos y sus Aplicaciones en Física. (Física Mecánica)	53
1.7. Carga eléctrica	69
1.8. Campo eléctrico	71
1.9. Hipótesis y Variables de estudio	74

SEGUNDA PARTE

Una aplicación teórico-práctica de la construcción de Modelos Matemáticos para la Física

2. Construcción de los modelos matemáticos o Ecuaciones matemáticas en la ciencia física (FÍSICA MECÁNICA)	81
2.1. Análisis gráfico	81
2.2. Funciones no lineales	91
2.3. Función inversa	101
2.4. Regresiones	105
2.5. Diseño Metodológico	115
3. Resultados conclusiones y recomendaciones	125
3.1. Resultado del Pretest o evaluación previa	125
3.2. Resultado del postest o evaluación final	126
3.3. Conclusiones y Recomendaciones	128
3.4. Recomendaciones	130
Bibliografía	133
Anexos	137

Figuras primera parte

Figura 1.6.1.	Componentes de un Vector	54
Figura 1.6.2.	Los signos de las componentes rectangulares de un vector A dependen del cuadrante en que se localizan.	55
Figura 1.6.3.	a) Los vectores unitarios i, j, k están dirigidos a lo largo de los ejes x, y y z respectivamente. b.) Un vector A que está en el plano x y tiene componentes vectoriales A_{xi} y A_{yj} , donde A_x y A_y son las componentes rectangulares.	56
Figura 1.6.4.	Construcción geométrica que muestra la relación entre las componentes de la resultante R de dos vectores y las componentes de los propios vectores.	57
Figura 1.6.5.	Vectores A y B formando un ángulo de 37°	58
Figura 1.6.6.	Vectores en el plano XY	60
Figura 1.6.7	Desplazamiento (x), en función del tiempo (t)	62
Figura 1.6.8	Magnitudes proporcionales en plano xy	63
Figura 1.6.9	Magnitudes proporcionales en plano xy	64
Figura. 1.6.10	a) ($x-t$) Desplazamiento contra tiempo b) ($v-t$) la velocidad es constante	64
Figura 1.6.11	Gráfica del Tiempo contra la velocidad	65
Figura 1.6.12	Tiempo vs velocidad	66
Figura 1.6.13	Tiempo Vs velocidad	67
Figura 1.6.14	Tiempo vs Velocidad	68

Figuras Segunda parte

Figura 2.1	Primer cuadrante del diagrama cartesiano para marcar los puntos de las parejas ordenadas $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3), \dots, (X_n, Y_n)$	83
Figura 2.2	Diagrama cartesiano con puntos de parejas ordenadas que generan diferentes líneas rectas interpretadas como la proporcionalidad directa entre las variables.	87
Figura 2.3	Gráfica que ilustra el método para determinar la pendiente de la recta experimental.	85
Figura 2.4	Gráfica de la ecuación $Y=3X$.	86
Figura 2.5	Puntos geométricos al graficar L_c contra R .	87
Figura 2.6	Gráfica que presenta la masa (m) en función de longitud (L)	89
Figura 2.7	La fuerza horizontal F_x actúa sobre la masa de 8Kg	89
Figura 2.8	Gráfica de la aceleración a_x contra la fuerza F_X .	90
Figura 2.9	Gráfica del tiempo (t) contra el desplazamiento (X)	92

Figura 2.10	Gráfica de linealización de la curva, el tiempo al cuadrado (t^2) contra el desplazamiento (X)	92
Figura 2.11	Gráfica de la parábola correspondiente a los valores de la tabla 2.8.	93
Figura 2.12	Gráfica de S en función con la nueva variable L2 por cambio de variable	94
Figura 2.13	Gráfica de la parábola correspondiente a los valores de la tabla 2.10.	95
Figura 2.14	Linealización de la curva de la figura 2.13	96
Figura 2.15	Gráfica de la curva correspondiente a los valores de la tabla 2.11	97
Figura 2.16	Linealización de la curva de la figura 2.15	98
Figura 2.17	Gráfica de la curva correspondiente a los valores de la tabla 2.11	99
Figura 2.18	Gráfica de desplazamiento (X) contra el tiempo (t).	100
Figura 2.19	Gráfica de una parábola de ocurrencia frecuentes en matemáticas	102
Figura 2.20	Curva experimental de I (mA) en función de R (Ω) con los datos de la tabla 2.13.	102
Figura 2.21	Nueva gráfica al linealizar la curva experimental I (mA) en función de R (Ω) por cambio de variable.	104

Tablas

Tabla 2.1	Cuadro que contiene los posibles valores de la variable X y Y medidas durante la ejecución de un experimento	82
Tabla 2.2	Valores provenientes de la solución de la función lineal $Y=3X$.	85
Tabla 2.3	Datos del experimento sugerido L y R	87
Tabla 2.4	Valores de la masa y longitud.	88
Tabla 2.5	Valores obtenidos experimentalmente de la fuerza F_x y la aceleración a_x	90
Tabla 2.6	Valores del desplazamiento (X) y el tiempo (t) transcurrido	91
Tabla 2.7	Valores del tiempo al cuadrado (t^2) y el desplazamiento (X)	92
Tabla 2.8	Valores para visualizar la relación entre variables no lineales que cumple con el caso con exponente $n=2$	93
Tabla 2.9	Nuevos valores de la variable L2 correspondiente al cambio de variable	94
Tabla 2.10	Valores del desplazamiento (X) contra el tiempo (t) y (t^2)	95
Tabla 2.11	Valores de la Velocidad (V_x) el tiempo (t) y (t^2)	97
Tabla 2.12	Valores experimentales de posición (x) y el tiempo (t)	98
Tabla 2.13	Valores experimentales de la intensidad de corriente y la resistencia	102
Tabla 2.14	Datos generales por cambio de variable en la resistencia al tomar su inverso.	103

Tabla 2.15	Valores experimentales de voltaje e intensidad de corriente	95
Tabla 2.16	Valores experimentales de la variable X_i , Y_i	107
Tabla 2.17	Valores experimentales de (X_i) , (Y_i) , $(X_i)^2$, $(X_i)^3$, $(X_i)^4$, $(X_i)(Y_i)$ y $(X_i)^2(Y_i)$	107
Tabla 2.18	Valores experimentales del voltaje (V) y la intensidad de corriente (I)	109
Tabla 2.19	Cuadro para procesar un conjunto de datos y construir una ecuación no lineal	110
Tabla 2.20	Datos obtenidos durante el estudio de un péndulo simple, experimento que conduce a una “ecuación no lineal”	111

Presentación

Los cambios suscitados en el campo social, económico y político han llevado a los investigadores y a los intelectuales a generar nuevos paradigmas en los procesos educativos. Los principios básicos insisten que en estos debe estar presente la capacidad de los individuos para desarrollar en ellos competencias y habilidades para pensar, sentir, analizar, resolver situaciones problemáticas y actuar adecuadamente en sociedades cambiantes.¹ En consecuencia se debe pensar en una teoría de la educación, que aporte significativamente a los procesos antes citados y debe ser aquello que epistemológicamente tenga en cuenta: procesos de aprendizaje, el desarrollo de competencia y la didáctica como consolidación de los procesos anteriores.

La combinación de estos procesos es la que define la formación integral del ser humano. Precisamente, Savater² es muy claro y oportuno cuando define al ser humano como aquel que tiene la vocación de compartir el saber con los demás. Así, en esta condición, es posible el registro de una acción compartida para intercambiar significados y sentimientos entre un aprendiz y un profesor con el fin de construir el paradigma fundamental del proceso formador. Por eso es importante tener en cuenta que "... Cuando el profesor y el aprendiz negocian y comparten con éxito el significado de una actividad de conocimiento, se produce el aprendizaje significativo"³.

Resultados de investigación en esta área, señalan el hallazgo de diferentes problemáticas referidas al proceso de enseñanza y aprendizaje de la ciencia, particularmente de la física, problemáticas relacionadas con: "imagen distorsionada de ciencia, concepción de conocimientos acorde a modelos de enseñanza caracterizados por la transmisión de conocimientos mediante estrategias ausentes de fundamentación epistemológica y didáctica, visión de conocimiento científico como algo absoluto, objetivo, acabado, descontextualizado y neutral, ciencia considerada como una reproducción enciclopédica, fragmentada y simplificada de cada una de las disciplinas". (R. Porlan,

¹ *Al respecto se recomienda consultar a Novak, Josph. Conocimiento y aprendizaje. Madrid: Alianza Editorial, 1998.*

² *Savater, Fernando. El valor de Educar. Barcelona: Ariel, 1997. P. 25*

³ *Novak Op. Cit, P. 34*

R. García, P. Martín, p. 271-288) esta situación demanda, a docentes e investigadores, numerosos y constantes esfuerzos que promueven el desarrollo de procesos de transformación de la enseñanza de las ciencias y consecuentemente la redefinición de la escuela.

En este sentido, el texto del profesor Pedro León Tejada es una buena herramienta fundamental para los profesores del área de física, puesto que en dicho texto se hace una aproximación didáctica y pedagógica en desarrollar técnicas y métodos de resolución de problemas experimentales para estudiantes de Física I, con fundamentos en la Enseñanza Problemática, aplicada a la construcción de modelos matemáticos en el área de física del ciclo básico de la facultad de ingeniería de la Universidad de la Guajira.

El texto construcción de los modelos matemáticos para la ciencia física, se centra en la construcción de modelos matemáticos en física a partir de situaciones problemáticas experimentales y actividades que posibilitan a los estudiantes tener un rol activo a la construcción de fenómenos físicos, asociando explícitamente la construcción de conocimientos a situaciones problemáticas, “si no existe una pregunta, no puede haber conocimiento científico. Nada está dado todo se construye. En la actividad científica los problemas no surgen del azar, no se planean por sí mismos. Por ello dentro de la actividad científica es fundamental saber plantear un problema para la búsqueda de su solución y la construcción de un modelo” (Bachelard G. 1984. p. 16). Visión opuesta a la visión tradicional, influenciada por las corrientes de pensamientos empirista y conductista, para los cuales “la mente humana es una especie de mecanismo o caja negra que, ante determinados estímulos, produce determinadas respuestas” (L. Ricardo. p. 53).

Desde esta perspectiva la construcción de modelos matemáticos en física asociada con la enseñanza problemática posibilita la conformación de explicaciones y la construcción de otros interrogantes. Quiénes son las fuentes de la cual emergen los conocimientos tanto individuales como científicos, permitiendo desarrollar la abstracción, deducción, inducción, interpretación y argumentación, desde las cuales se exige el desarrollo de pensamientos científicos. El sujeto construye a su contexto, y a sus problemáticas. En el mismo sentido en el que, por ejemplo, Halley plantea a Newton el problema que daría origen a los principios: “Cuál es la trayectoria de un planeta que es atraído hacia el sol con una fuerza que varía con el inverso del cuadrado de la distancia ($1/R^2$)”. (Granes J. Granes. p. 195).

El texto CONSTRUCCIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA CIENCIA FISICA, revela la importancia de la construcción de problemas

experimentales, en la construcción de explicaciones, de conceptos y de relaciones en el estudio de sistemas de pensamientos, de concepciones de mundo. Al enfoque problémico subyacen las ideas surgidas de la teoría cuántica de la física que muestra la ciencia de una manera diferente a la concedida bajo las concepciones mecanicistas, es decir el conocimiento científico ya no es ni causal, ni determinista, ni realista. Planteamientos que tienen sus raíces en las concepciones de ciencia y conocimiento subyacente a los trabajos de Bohr, Heisenberg, Dirac y Born. Y que están relacionados con que no es posible determinar el movimiento de un fotón o de un electrón desde el punto de vista mecanicista, es decir, que se puede predecir el curso de un electrón, a causa del problema dualidad onda partícula.

La teoría de los cuantos, creó también nuevas características al problema. Así, el problema depende de lo observado, entendiendo observación como observación cargada de teoría, de contexto socio-cultural.

Anterior a la teoría de los cuantos, la ciencia se consideraba determinista soportada en los principios epistemológicos de realidad, localidad y causalidad. Por cuanto, en primer lugar, se consideraba que el conocimiento estaba en la realidad, que era externa al sujeto, en segunda instancia, era determinista, pues desde la concepción mecanicista de la física, es posible predecir la trayectoria de un cuerpo en movimiento y predecir su estado en el pasado si se conocen su estado presente y las fuerzas que actúan sobre él, en los experimentos realizados bajo concepciones mecanicistas se deben determinar las posiciones de puntos materiales en un cierto instante, la posición debe ser determinada siempre respecto a un sistema de referencia.

Se crean también nuevas características de la realidad, la discontinuidad reemplazó a la continuidad, en lugar de leyes que valgan para los casos individuales, aparecen leyes de probabilidad. La realidad creada por la física moderna es muy distante de la realidad de los primeros días. Es imposible, desde el punto de vista de la física cuántica, describir las posiciones y las velocidades de una partícula elemental o predecir su trayectoria futura. Lo que, en el sentido epistemológico, rechaza el determinismo y marca otra realidad, sustentada en conceptos físicos como el campo electromagnético.

Finalmente, el texto muestra, como el enfoque problémico experimental y su fundamentación teórica en relación a la construcción de modelos matemáticos en física, a la naturaleza de la ciencia y al conocimiento, puede contribuir a problematizar crítica y reflexivamente las posturas epistemológicas y puede favorecer cambios en las concepciones sobre la naturaleza de la ciencia de acuerdo al punto de vista contemporáneo. Cambios, que superen los modelos

centrados en procesos de transmisión de información y que conduzcan al replanteamiento de estrategias didácticas de aula que involucren procesos de construcción, modelación y problematización del conocimiento.

Johana Torres
Magister en Física
Docente. T.C Univ. Distrital Francisco José de Caldas

Introducción

*“El saber pensado consiste en la evidencia intelectual
que se enciende en el espíritu cuando
verificamos el acto de pensar”*

García Morente

Todo físico sabe que la comprensión de las teorías físicas aprendidas en la universidad se consiguen mediante la resolución de situaciones problemáticas, mediante la práctica de dichas teorías en el laboratorio y mediante la construcción de modelos matemáticos en la física. La parte esencial de la actividad teórica propia de la física debe iniciarse con el estudio cualitativo previo y luego con el análisis teórico de una situación problemática relacionada con la teoría o fenómeno físico en estudio.

Para el estudio previo, el análisis teórico de un fenómeno físico, para la resolución de situaciones problemáticas y para la construcción de modelos matemáticos en física, el estudiante debe tener presente los nuevos retos y metas de la educación superior y el concepto de Competencias, lo cual se entiende como la capacidad que tienen los seres humanos de aplicar lo que saben para solucionar de manera adecuada, las situaciones problemáticas reales presentes en la vida diaria. Las competencias están inscritas en el marco de la educación y su objetivo es el de formar sujetos autónomos, críticos, reflexivos y propositivos, que sobresalgan no solamente por el manejo de conocimientos adquiridos en la escuela sino también por la capacidad de cambio, de actuar como seres educados, que en términos de Savater¹ implica una relación grata con los demás seres que lo rodean.

El estudiante de cualquier nivel de educación necesita aprender a resolver problemas, a construir modelos, a analizar críticamente la realidad social y transformarla, a identificar conceptos, aprender a ser, aprender a convivir y a descubrir el conocimiento de una manera amena interesante, y motivadora de tal manera que el estudiante participe activamente en la solución de cualquier situación problemática por difícil que sea. (Ortiz, Alexander, 2009. p. 6).

¹. Ver Savater, Fernando. *El valor de educar*. Barcelona: 1997, p. 21-35

Ciertamente en la enseñanza de las matemáticas y en particular de la física se deben buscar alternativas metodológicas adecuadas, que aporten significativamente y que pongan en práctica los procesos citados anteriormente y evitar de esta forma continuar con la estructura del método tradicional, lo cual genera en el estudiante estado de prevención, limita su participación y disminuye su predisposición al aprendizaje.

La física es una asignatura importante en la totalidad de las disciplinas de ingeniería, la influencia del aprendizaje de la física es definitivo y es un punto referente del éxito académico del estudiante. Es por ello que el docente debe buscar alternativas, pero no dentro del mismo contexto del tradicionalismo sino en el marco de nuevas propuestas de enseñanza de acuerdo a los nuevos retos y metas de la educación superior, que puedan ser adoptadas para el proceso de enseñanza – aprendizaje de esta área de conocimiento.

El caso presente aborda la Construcción de Modelos Matemáticos para la Física, una metodología diseñada para el aprendizaje de la física y abre las posibilidades de que el estudiante comprenda que, el grado de éxito a que accede depende de su esfuerzo y aporte en el proceso enseñanza-aprendizaje de esta área de conocimiento.

Los estudios en materia de modelos pedagógicos no pueden basarse en simples enunciados teóricos; es necesario implementar estrategias basadas en la práctica comparativa, de manera que las conclusiones que se emiten al final de cada proceso investigativo se fundamente en hechos concretos, tangibles y comprobables, no solo por razones de credibilidad, sino de que con ellos se da oportunidad de la continuidad en el proceso investigativo, facilitando la realización de estudios paralelos o complementarios que permitan ampliar el campo de conocimiento sobre la materia, siempre en beneficio del estudiante y de los procesos educativos en general.

La experiencia narrada por el autor en el campo de la enseñanza de la Física, a partir de la propuesta de Construcción de Modelos Matemáticos para la Física a partir de situaciones Problemáticas, se realizó en la Universidad de la Guajira, dentro del desarrollo convencional del programa de ingeniería. Los protagonistas fueron estudiantes de esa facultad y los resultados enunciados son producto de la aplicación de estrategias fundamentada en la Construcción de Modelos Matemáticos para la Física, a dos grupos de estudiantes, uno llamado grupo experimental y otro llamado grupo control, con el fin de poder confrontar resultados finales y emitir diagnósticos y conclusiones totalmente confiables.

Este trabajo investigativo es apenas un aporte más al esfuerzo docente por mejorar los procesos pedagógicos, de manera que el estudiante pueda acceder siempre a metodologías de aprendizaje que consulten sus verdaderas capacidades y competencias, y que al tiempo le brinden oportunidad de diversificación de técnicas de aprendizaje, para hacer más productivo el proceso formativo en la Escuela o Universidad, particularmente en el campo de las Matemáticas y más específicamente en el de la Física.

Este trabajo de investigación se halla dividido en dos partes, la primera parte es una exposición de la problemática general de la Enseñanza de la Física y sus Modelos Matemáticos; la segunda parte es una recopilación de experiencias prácticas en el aula de clases, a partir de la aplicación teórico-práctica de la construcción de modelos matemáticos para la física.

Al final el texto presenta los resultados obtenidos e información general que puede servir de elemento de juicio al lector interesado en el tema de Construir Modelos Matemáticos a partir de situaciones Problemáticas, como alternativa didáctica en la enseñanza – aprendizaje de la física.

PRIMERA PARTE

Contexto general de la enseñanza problémica y los modelos matemáticos para la física



Foto tomada en el Laboratorio de Física de Uniguajira, 15/10/2015

1. EL PROBLEMA Y SU FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

1.1. Planteamiento del problema

Tradicionalmente, la física como otras asignaturas que giran en torno a la aplicación de saberes matemáticos, ha presentado problemas en su comprensión para muchos estudiantes, problemas que se evidencian en un bajo rendimiento académico o en carencia de identificación del estudiante con la respectiva asignatura.

Esta situación se refleja en malos resultados de las evaluaciones aplicadas, dificultad del estudiante para construir los modelos matemáticos y asumir la solución de problemas en la asignatura de física mecánica y una deficiente aplicación al proceso de su propia formación, manifestó en desidia, indiferencia e incluso aversión a todo lo que se relacione con la asignatura. Según estudios realizados, un porcentaje alto de estudiantes de ingeniería, que cursan física I, son aplazados por sección, fenómeno que es asociado por factores técnico - pedagógicos, cognitivos, motivacionales, todos ellos importantes para el alcance de los logros de esta asignatura, particularmente en lo que tiene que ver con la construcción de modelos matemáticos y la resolución de sus problemas.

De acuerdo con los resultados obtenidos en estudiantes realizados a finales del 2002 e inicios del 2003, en donde se indago una serie de deficiencias educativas en el ciclo Básico de la Facultad de Ingeniería en distintas universidades del país, en diferentes asignaturas específicamente en física, en donde se manifiesta aspectos como: la excesiva utilización de métodos y recursos tradicionales, la existencia de programas desactualizados, la inexistencia de revisión curricular permanente, la resistencia al cambio de algunos docentes, la excesiva carga de trabajo; situaciones estas que inciden directamente en el bajo rendimiento de los estudiantes y últimamente, se ha visto un porcentaje alto de estudiantes aplazados y desertores durante el desarrollo del estudio de esta área.

La situación planteada puede generar una deficiente preparación de los futuros ingenieros, en el evento de no tomarse las medidas orientadas a neutralizar la aversión o poco interés del estudiante de ingeniería, trayendo como consecuencia, profesionales con debilidades sensibles, que se agravaran en la aplicación práctica de su futura profesión. Además, situaciones como las señaladas anteriormente se conviertan en un inhibidor del espíritu investigativo

del estudiante, que prefiere dirigir su interés a otros aspectos de su formación, antes de enfrentarse con la construcción de modelos matemáticos y la resolución de situaciones Problemáticas en la asignatura de física.

La estrategia de construir modelos matemáticos a partir de datos experimentales y resolver situaciones Problemáticas en el estudio de la física, permitirá solucionar la problemática planteada y buscará acelerar el ritmo de aprendizaje, mejorar el método de construir ecuaciones, resolver problemas y lograr que el estudiante obtenga un mejor rendimiento en esa área de conocimiento.

La construcción de modelos matemáticos para la física a partir de datos experimentales, permite que el estudiante, en lugar de enfrentarse con problemas creados y para él desconocidos, parta de datos experimentales, de situaciones habituales de su entorno, las enfoque desde la perspectiva problemática y halle, a las mismas, la solución ideal con base en sus propios razonamientos y así pueda interactuar con otros estudiantes y explicar el fenómeno físico estudiado a partir del modelo matemático encontrado.

Al reflexionar sobre la problemática planteada se nos presentan los siguientes interrogantes: ¿Es posible neutralizar metodológicamente la desidia y necesidades evidentes de los estudiantes hacia la construcción de modelos matemáticos en el área de física? ¿Existen herramientas pedagógicas que permitan despertar el interés del estudiante hacia el estudio de la física mecánica y resolución de sus problemas? ¿Es la construcción de modelos matemáticos para la física, la alternativa de solución al problema planteado? ¿Cuál será el resultado de aplicar la estrategia de construir modelos matemáticos, en grupos experimentales al compararlo con los del grupo control, en el estudio de la física I, del ciclo básico de la facultad de Ingeniería de la Universidad de la Guajira?

1.2. Bases teóricas

1.2.1. Modelos matemáticos de la física

Un modelo de las ciencias físicas es la traducción de la realidad física de un sistema físico en términos matemáticos, es decir, una forma de representar a cada uno de los tipos de fenómenos que intervienen en un cierto proceso físico mediante objetos matemáticos o variables de un sistema.

Las relaciones matemáticas formales entre los objetos o variables del modelo deben representar de alguna manera las relaciones reales existentes entre las diferentes variables o aspectos del sistema u objeto real. Así una vez “traducido” o “representado cierto problema” en forma de modelo matemático se pueden

aplicar al cálculo el álgebra y otras herramientas matemáticas para deducir el comportamiento del sistema del fenómeno físico estudiado. Un modelo físico requerirá, por tanto, que se pueda seguir el camino inverso al modelo, permitiendo reinterpretar en la realidad las predicciones del modelo.

De acuerdo con la función del origen de la información utilizada para construir, los modelos pueden clasificarse en modelos heurísticos y empíricos.

- **Modelos heurísticos**

Son los que están basados en las explicaciones sobre las causas o mecanismos naturales que dan lugar al fenómeno estudiado.

- **Modelos empíricos**

Son los que utilizan las observaciones directas o los resultados de experimentos del fenómeno estudiado.

- **Modelos cualitativos o conceptuales**

Estos modelos pueden usar figuras, gráficos o descripciones causales, en general se contentan con predecir si el estado del sistema irá en determinada dirección o si aumentará o disminuirá alguna magnitud, sin importar exactamente la magnitud concreta de la mayoría de aspectos.

- **Modelos cuantitativos o numéricos**

Estos modelos usan números para representar aspectos del sistema modelado, y generalmente incluyen fórmulas y algoritmos matemáticos más o menos complejos que relacionan los valores numéricos. El cálculo con los mismos permite representar el proceso físico o los cambios cuantitativos del sistema modelado en una situación problemática planteada.

1.2.2. Fases de Construcción de un Modelo

- **Identificación**

Identificar una situación problemática o problema que necesita ser simulada, optimizada o controlada y por tanto requerirá un modelo matemático predictivo.

- **Elección del tipo de modelo**

La elección del tipo de modelo requiere precisar qué tipo de respuesta pretende obtenerse, cuáles son los datos de entrada o factores relevantes y para que pretende usarse el modelo. Esta elección debe ser suficientemente simple como para permitir un tratamiento matemático asequible con los recursos disponibles. Esta fase requiere además identificar el mayor número

de datos fidedignos, rotular y clasificar las incógnitas (Variables independientes y dependientes) y establecer consideraciones físicas que representan adecuadamente el fenómeno en estudio.

- **Formalización del modelo**

En la formalización del modelo se detallará qué forma tienen los datos de entrada, que tipo de herramienta matemática se usará, como se adaptan a la información previa existente. En esta fase posiblemente se introduzcan también simplificaciones suficientes para que la situación problemática de modelización sea tratable computacionalmente.

- **Comparación de resultados**

Los resultados obtenidos con predicciones necesitan ser comparados con los hechos observados para ver si el modelo está prediciendo bien. Si los resultados no se ajustan bien, es recomendable volver a la fase de identificación del modelo. Es importante mencionar que la mayoría de los modelos matemáticos no son exactos y tienen un alto grado de idealización y simplificación ya que una modelización muy exacta puede ser más complicada de tratar de una simplificación conveniente, y por lo tanto resultar menos útil.

- **Modelo mental**

Un modelo mental es un mecanismo del pensamiento mediante el cual un ser humano intenta explicar cómo funciona el mundo real. Es un tipo de símbolo interno o representación de la realidad externa, hipotética, que juega un papel importante en la cognición, por ejemplo, los niños construyen de forma obvia modelos internos.

1.2.3. Teorías relacionadas con el aprendizaje basado en problema

Solucionar una situación problemática en física, en donde el estudiante debe construir una ecuación o modelo matemático para expresar relaciones entre variables, interpretarlas y estudiar su comportamiento mediante el cálculo y otras herramientas matemáticas, requiere seguir las fases de construcción de un modelo, las que inician con la identificación de un fenómeno físico en forma de problema, luego se elige el tipo de modelo de acuerdo a la respuesta que se pretende obtener y finalmente se formaliza el modelo y se compara los resultados obtenidos con los hechos observados o de los experimentales para ver si dicho modelo predice bien. Desarrollar la actividad de construir modelos matemáticos a partir de situaciones problemáticas, permitirá al estudiante mediante la búsqueda activa de dicho modelo, lograr desarrollar sólidos conocimientos que constituyan un sistema generalizado, que sea asimilado de forma tal que le permita su utilización en la práctica.

En la enseñanza tradicional se busca esencialmente la formación de un pensamiento empírico; el alumno, al aprender, es un receptor pasivo y el docente al enseñar es activo; el conocimiento se asimila por aproximaciones sucesivas, se ofrece como verdades acabadas y generalmente existe un insuficiente vínculo con la vida.

Aunque se han realizado intentos por atenuar los aspectos negativos de la didáctica tradicional en virtud de las necesidades actuales de la sociedad, lo cierto es que aún persiste esta concepción en la práctica escolar de los docentes.

Majmutov (1970,1986) desarrolló un sistema didáctico, en el que define la metodología a seguir de lo que llamó "Enseñanza Problémica". Este sistema criticó la enseñanza tradicional, al expresar que ésta le ofrece al alumno, por lo general, los conocimientos ya hechos y elaborados, se le asigna un papel pasivo de simple receptor de conocimientos que después debe repetir, sin comprender plenamente cómo fue el proceso de búsqueda y construcción teórica que llevó a esos conocimientos.

El sistema parte de concebir al alumno como un ente activo, por lo que debe realizar una actividad para poder apropiarse del conocimiento, y con ello desarrollar su intelecto. Plantea que es importante que el alumno, junto con el conocimiento, asimile los métodos y procedimientos que utilizó el científico en el desarrollo de la ciencia.

Majmutov plantea que el objetivo en el sistema es hacer transitar al alumno (de manera abreviada) por caminos similares a los que transitó el científico para llegar a sus conclusiones. En este tránsito el sujeto no sólo se apropia del conocimiento, sino de la lógica de la ciencia en cuestión, en la solución de un problema determinado; para ello, parte de no brindar el conocimiento ya fabricado, sino que el docente se centra en reflejar las contradicciones del fenómeno estudiado, en forma de problema, crea una situación Problémica, con el fin de que el estudiante se sienta motivado a darle solución y se apropie del conocimiento y de los métodos del pensamiento científico.

Majmutov (1977; 65) considera la Enseñanza Problémica como "...un sistema didáctico basado en las regularidades de la asimilación creadora de los conocimientos y forma de actividad que integra métodos de enseñanza y de aprendizaje, los cuales se caracterizan por tener los rasgos básicos de la búsqueda científica".

Okón (1968; 68) la define como el "...conjunto de acciones tales como la organización de situaciones Problémica planteamiento de problemas, ayuda a

los estudiantes para resolver dichos problemas, verificación de la solución y dirección del proceso de sistematización y fijación de los conocimientos adquiridos".

Esta definición se refiere sólo a la actividad del profesor y no expresa el objetivo de la organización de la Enseñanza Problémica. No se plantea de manera explícita cuál es el papel del alumno en ese proceso. Además, el proceso de enseñanza se presenta como el proceso de adquisición de los conocimientos sólo mediante la solución de problemas.

En este sentido Majmutov (1977; 266) define la Enseñanza Problémica como "... la actividad del maestro encaminada a la creación de un sistema de situaciones Problémicas a la exposición y a su explicación, y a la dirección de la actividad de los alumnos en la asimilación de conocimientos nuevos, tanto en forma de conclusiones ya preparadas, como el planteamiento independiente de problemas docentes y su solución".

Otros autores analizan esta lógica de descripción del proceso. Guevos (1973; 22) integra varios factores al plantear que "...consiste en que en el proceso de solución creadora por los estudiantes de problemas se produce la asimilación creadora de los conocimientos y habilidades, de las experiencias acumuladas por la sociedad, además de la formación de una personalidad activa, altamente desarrollada y consciente". (Ver Lerner, 1976; 60)

Medina (1997; 17) aborda la Enseñanza Problémica como una propuesta en la que el espacio donde se definen los problemas que tienen una significación para los jóvenes lo constituye básicamente su vida cotidiana y los conflictos de su entorno social. También la considera como "...un proceso de conocimiento que se formula problemas cognoscitivos y prácticos, utiliza distintos métodos y técnicas de enseñanza y se caracteriza por tener rasgos básicos de la búsqueda científica". (Medina, 1997; 105). Por lo tanto, la utilización de la Enseñanza problémica en la práctica escolar exige desarrollar el pensamiento y la comprensión de la realidad sobre la base de la dinámica de sus contradicciones reales.

Para Álvarez (1999; 56) la Enseñanza Polémica "...se fundamenta en las regularidades de la lógica formal y dialéctica, de la dialéctica de la enseñanza que tiende al desarrollo y de la metodología del pensamiento y de la actividad. Se basa en los principios de la didáctica tradicional, pero con un nuevo enfoque. Surge del propio método explicativo, pero organizando la búsqueda científica, la independencia y la creación, además de su explicación".

Según Martínez (1998; 19) la Enseñanza Problemática no excluye, sino que se apoya en los principios de la didáctica tradicional. Su particularidad radica en que se debe garantizar una relación diferente de la asimilación reproductiva de los nuevos conocimientos con la creadora, con el fin de reforzar la actividad del estudiante (Martínez, 1998).

Es por ello que se coincide con Majmutov (1977; 266) en que el aprendizaje probrómico es: "La actividad docente de los alumnos encaminada a la asimilación de conocimientos mediante la percepción de las explicaciones del maestro en las condiciones de una situación Problemáticas, el análisis independiente (o con la ayuda del maestro) de situaciones Problemáticas, la formulación de problemas y su solución mediante el planteamiento de hipótesis, su demostración, así como mediante la verificación del grado de corrección de las soluciones".

Como se aprecia, existen muchas definiciones de Enseñanza Problemática. Algunos autores consideran que es un sistema, otros la definen como conjunto de acciones, proceso del conocimiento o actividad docente encaminada a la asimilación productiva de los conocimientos.

El perfeccionamiento de la enseñanza en Cuba, desde hace algunos años y en todos los subsistemas de educación, se ha convertido en el centro de atención de muchos pedagogos, en correspondencia con la política educacional que se ha trazado, en función de la estimulación del pensamiento creador, la participación activa en el desarrollo y control de los conocimientos, la mayor ejercitación en el trabajo independiente, y el enfoque dialéctico materialista de los problemas que motive la investigación y la superación permanente.

Para Patiño (1996; 22), el logro de una enseñanza capaz de proporcionarle a los estudiantes la posibilidad de aprender a aprender adquiere una importancia de primer orden en este perfeccionamiento. La Educación Técnica y Profesional debe lograr este objetivo, estimular las potencialidades de las escuelas politécnicas y solucionar un conjunto de problemas que aún se manifiestan en ellas, considerados en el Modelo de la Escuela Politécnica Cubana.

El desarrollo actual y futuro de la Educación Técnica y Profesional es muy difícil al margen de la unidad escuela politécnica -empresa. Esta última no puede ser sólo un centro de producción, sino simultáneamente una importante institución educativa encargada de la superación profesional del trabajador y de la preparación del trabajador en formación, o sea, del estudiante (Abreu, 1996; 28). La escuela politécnica no puede ser sólo un centro educacional, sino a la vez una entidad productiva, con la misión de preparar un trabajador altamente calificado, competente y competitivo; es decir, que tenga un alto desarrollo de

sus competencias profesionales y de su capacidad de satisfacer demandas económico-productivas y ofrecer, por tanto, su aporte eficiente a la empresa y a la sociedad.

El alumno de la escuela politécnica necesita aprender a resolver problemas profesionales, a analizar críticamente la realidad productiva de las empresas y transformarla, a identificar conceptos técnicos, aprender a pensar, aprender a hacer, aprender a ser, aprender a convivir; y por último, a descubrir el conocimiento profesional de una manera amena, interesante y motivadora.

Es necesario que se desarrolle la independencia cognoscitiva, la avidez por el saber profesional, el protagonismo estudiantil, de tal manera que el estudiante participe activamente en la solución de cualquier situación Problemática por difícil que sea.

Los métodos que utilizan los docentes actualmente en el proceso de enseñanza aprendizaje de las asignaturas técnicas, los objetivos y la naturaleza del diseño del contenido, tanto en el componente académico como en el laboral, ofrecen una limitada preparación a los estudiantes para resolver problemas de la práctica empresarial y conducen de manera insuficiente a la asimilación productiva de los conocimientos.

La solución de la situación descrita anteriormente precisa un aprendizaje diferente y, por tanto, plantea la necesidad de perfeccionar los métodos de enseñanza en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las asignaturas técnicas, por cuanto el proceso actual propicia de manera muy limitada la asimilación productiva y estimula muy poco el desarrollo de una conciencia productiva dialéctica que posibilite su contextualización ante los diferentes problemas que afronta una economía tan dinámica como la de los países de América Latina.

Lo anterior pone de manifiesto la importancia de la aplicación de la Enseñanza Problemática, la cual constituye una de las vías para el logro del propósito anterior y la erradicación de las deficiencias existentes en el proceso de enseñanza - aprendizaje de las asignaturas técnicas.

Existen teorías relacionadas con los aspectos filosóficos, pedagógicos y psicológicos de la enseñanza Problemática:

1.2.4. Teorías Filosóficas

El significado filosófico del modelo matemático en física, es un conjunto de relaciones unarias, binarias y trinarias que satisfacen las proposiciones derivadas del conjunto de axiomas de la teoría y de los fenómenos físicos que se estén estudiando.

La formación técnica y profesional exige que se encuentren los métodos para hacer que los estudiantes aprendan a razonar, a operar con conceptos de un mayor o menor grado de abstracción y generalización, y a su vez empleen más conscientemente el método dialéctico materialista en tales razonamientos.

Resolver un problema es solucionar la contradicción, que manifiesta no sólo la dificultad que se debe superar (dinámica de lo conocido y lo desconocido) sino que refleja y proyecta el camino de solución y, con ello, la propia superación dialéctica del problema.

Si la enseñanza se desarrolla en un amplio contexto de contradicciones internas y externas (adaptación e innovación, masividad y calidad, teoría y práctica, individualidad y sociedad, dependencia y autonomía), es necesario entonces construir una concepción de la enseñanza capaz de penetrar en la esencia de los procesos educativos, desarrollar el pensamiento, el conocimiento y la comunicación pedagógica mediante la dinámica que genera las contradicciones.

Si la realidad se desenvuelve con base en una dinámica dialéctica contradictoria, el proceso de apropiación de esa realidad no puede ser ajeno ni menos excluir la contradicción como principio y regularidad para la comprensibilidad y la asimilación del mundo.

1.2.5. Teorías pedagógicas

La actitud cognoscitiva que se debe crear en los estudiantes de especialidades técnicas y los procedimientos de pensamiento a ella asociados ha de ser expresión de una nueva motivación, de una nueva actitud hacia la asimilación de los conocimientos profesionales. Esto depende de la capacidad del docente de conformar alternativas metodológicas de aprendizaje que motiven al alumno, lo que resulta posible con la activación de su aprendizaje, cuya posibilidad la ofrece la problemicidad del contenido técnico.

En este sentido, se coincide con Turner (1989; 28) cuando plantea que el contenido de La enseñanza reflejada en los programas de estudio puede elevar su actualización en relación con las ciencias, puede ampliarse o adecuarse pero, si los métodos de enseñanza no propician al máximo la actividad intelectual de los alumnos para el aprendizaje y por ende su interés por aprender los contenidos por sí solos, no producen resultados cualitativamente superiores.

La vinculación del contenido con la realidad productiva de las empresas constituye un rasgo distintivo de los programas de formación técnica y profesional, que exige la activación del aprendizaje de los estudiantes y a su vez

ofrece una respuesta a la necesidad de que los futuros profesionales aprendan los fundamentos técnicos en relación directa con la realidad productiva de las empresas que es, profunda y cambiante.

Interés por activar el aprendizaje de los estudiantes no es nuevo en la historia de la pedagogía. Desde la antigüedad se afirmaba que la actividad intelectual favorecía la comprensión de la esencia de los procesos y fenómenos de la realidad.

Los intentos por enseñar a pensar pueden ser hallados en la actividad instructiva De Sócrates (470 - 399 a.n.e), quien creía en la superioridad de la discusión sobre la escritura e inventó un método a través de preguntas denominado Mayéutica. Para él, hacer preguntas a los interlocutores con vistas a que les buscaran respuestas era el mejor método de discusión. Estos métodos también fueron utilizados por los sofistas (481 - 411 a.n.e).

Por otro lado, los puntos de vista empiristas del filósofo inglés Bacon (1561 - 1626) exigían la búsqueda de la verdad mediante el estudio de la realidad.

El ideario pedagógico de Martí (1853 - 1895) ha servido de base en muchos aspectos a la Revolución Educacional que se lleva a cabo en nuestro país en la época actual. Al referirse a la escuela del siglo XIX, Martí expresó: "De memorial Así rapan los intelectos como las cabezas. Así sofocan la persona del niño, en vez de facilitar el movimiento y expresión de la originalidad que cada criatura trae en sí; así producen una uniformidad repugnante y estéril y una especie de librea de las inteligencias". (1975(a); 234).

Consideraba que la educación debía responder a la época. Expresaba que educar es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido, es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente, hasta el día en que vive; es ponerlo al nivel de su tiempo para que flote sobre él, y no dejarlo debajo de su tiempo, con lo que no podría salir a flote, es preparar al hombre para la vida". (1975b; 83).

Desde una proyección pedagógica es necesario analizar la Enseñanza Problémica vinculada a la formación técnica y profesional.

Desde hace ya algún tiempo se habla en nuestro país de la necesidad de una Pedagogía para la formación técnica y profesional que permita la preparación de un trabajador acorde con las exigencias de la sociedad (Abreu, 1994; Álvarez, 1995).

Es necesario desarrollar una Pedagogía que estimule y haga realidad la integración entre docencia, producción e investigación y entre escuela politécnica y empresa (Fraga, 1997; Fuentes, 1998).

Según Abreu (1996; 38) las empresas desarrollan un proceso educativo que es dirigido por un trabajador - instructor designado a esos efectos. No todos los trabajadores influyen de igual manera sobre los estudiantes incorporados a las prácticas laborales en las empresas, sino que hay conductas que desvían al alumno de su objetivo esencial y de su adecuada conducta.

La estructuración del proceso de educación en la entidad productiva es similar a la educación en las actividades prácticas que desarrolla el alumno en la escuela politécnica, con la diferencia que en la fase de preparación se deben informar a los estudiantes las características del colectivo laboral, sus tradiciones, el clima existente, su conducta moral, entre otros aspectos que se consideren importantes, en dependencia de la situación concreta de dicha entidad.

Kerschensteiner (1854 - 1932), notable pedagogo alemán, plantea el concepto Pedagogía Profesional, por primera vez, en 1920.

Un grupo de investigadores en Cuba considera la Pedagogía Profesional como "...la ciencia pedagógica que estudia la esencia y tendencia de desarrollo del proceso pedagógico profesional, así como la teoría y metodología para su dirección". (Abreu, 1996; 18). La Pedagogía Profesional es una rama de la Pedagogía que estudia las relaciones que se producen en la integración escuela politécnica - entidad productiva.

El profesor de la escuela politécnica tiene la misión de desarrollar la personalidad de un futuro trabajador, no puede dejar de tener presente las influencias del instructor de la empresa, quien debe convertirse en un docente también para el alumno.

Constituye una necesidad la inclusión del instructor en las actividades docentes que desarrolla la escuela politécnica mediante el proceso pedagógico profesional que, según Abreu, es "...el proceso de educación que tiene lugar bajo las condiciones específicas de la escuela politécnica y la entidad productiva para la formación y superación de un trabajador competente". (Abreu, 1996; 21).

Cortijo lo define como "...el sistema de actividades académicas, laborales e investigativas que se llevan a cabo en la institución docente y en la entidad productiva para formar la personalidad del futuro profesional". (Cortijo, 1996; 2). Cortijo al asumir esta definición considera como institución docente tanto las de nivel medio como las de nivel superior.

El proceso pedagógico profesional es "un proceso de educación, como respuesta a una demanda social, que tiene lugar bajo las condiciones de una institución docente y la empresa para la formación y superación de un profesional competente". (Fraga, 1997; 7).

Por tanto, el proceso pedagógico profesional se considera como el sistema de actividades docentes profesionales (extra docentes, extraescolares, productivas y De investigación que se llevan a cabo en la escuela politécnica y/o en la entidad productiva para formar la personalidad de los futuros profesionales técnicos de nivel medio y superar a los trabajadores de la esfera de la producción y servicios.

Abreu plantea que "...debe elevarse la disposición y habilidades de todo aquel personal que recibe la responsabilidad pedagógica de atender a los alumnos en la entidad productiva, pues ellos (los trabajadores y dirigentes de la producción) son también portadores de una Pedagogía Profesional, ya sea en forma de experiencia (práctica) o en teoría al igual que los profesores, dirigentes e investigadores de la Educación Técnica y Profesional". (Abreu, 1996; 8).

Se coincide con Abreu en que "...igual que el profesor de la escuela politécnica debe conocer los aspectos esenciales del proceso de producción donde se integran sus alumnos, el trabajador [de la empresa, es decir, el instructor] debe Conocer los fundamentos pedagógicos generales que le permitan comprender y atender al alumno o grupo de ellos que le sean asignados". (Abreu, 1996; 9).

1.2.6. Teorías psicológicas

Para lograr efectividad en la Enseñanza Problémica que se lleva a cabo en la escuela politécnica es preciso conocer, desde el punto de vista psicológico, a quién va dirigida la labor del docente; es decir, distinguir las particularidades psicológicas que caracterizan la personalidad del sujeto a quien se enseña: el estudiante.

Los docentes, tanto los profesores como los instructores, deben conocer los fundamentos psicológicos que les permitan comprender y atender a los estudiantes, a partir del conocimiento de la dialéctica entre lo interno y lo externo en el aprendizaje, entre lo individual y lo social.

El estudiante de especialidades técnicas posee intereses y motivaciones diferentes al de otros niveles de educación, es un trabajador en formación, en desarrollo, se encuentra integrado al proceso profesional en una empresa como productor de valores, por lo que incrementa el nivel de comunicación con sus

compañeros de estudio y de trabajo (el trabajador en formación, el profesor y el instructor); además, la profesión elegida es para él su brújula, su guía; por lo tanto, toda actividad pedagógica debe guiarse en torno a este centro de interés (Abreu, 1996; 36).

Según Abreu (1996; 37) la relación profesor-alumno en las escuelas politécnicas tiene que verse y atenderse como una relación entre trabajadores (trabajador - trabajador en formación) lo cual impone un tipo de comunicación diferente al de otros subsistemas; comunicación que se aleje del academicismo y se acerque cada vez más a la entidad productiva, a la profesionalización y a la personalización del alumno.

La formación consciente de tales características determina cada vez más la actividad social del joven en el entorno socio - cultural donde se desenvuelve, por lo que la estructuración de situaciones polémicas que ofrezcan al estudiante la posibilidad de emplear los conocimientos de la asignatura en su actividad social se convierte en un poderoso mecanismo que estimula el pensamiento independiente del estudiante y despierta el interés por la especialidad.

En esta etapa el concepto estudio se amplía porque a esta edad la adquisición Conocimientos profesionales traspasa los límites de la escuela politécnica y de los programas de estudio, y abarca su preparación en la entidad productiva, lo que les permite una mejor realización de la actividad intelectual y una mayor capacidad de comprensión.

Desde una proyección psicológica, la Enseñanza Problémica se basa en el paradigma Histórico Cultural desarrollado por Vygotsky (1981; 26), Leontiev (1959; 23), Galperin (1986; 33) y Talizina (1987; 38) cuyas tesis incluyen revelaciones que de una u otra forma plantean exigencias al proceso de enseñanza-aprendizaje.

La enseñanza debe estar encaminada a estimular la zona de desarrollo próximo en los estudiantes, lo cual dependerá de los conocimientos y de las acciones que sea capaz de lograr de manera independiente, con ayuda del profesor, del instructor y demás trabajadores de la empresa, del grupo, de la familia o de la comunidad.

Desarrollos posteriores de este enfoque fueron la teoría de la actividad de Leontiev (1959; 29), quien profundizó en el origen y desarrollo de la psiquis, y estudió la conciencia y la estructura de la actividad; la teoría de formación planificada y por etapas de las acciones mentales y los conceptos, de Galperin

(1986; 67); y los procedimientos generalizados de la actividad cognoscitiva, de Talizina (1987; 28), quienes consideraban que el aprendizaje tenía que partir de modelos completos en forma de imágenes generalizadas que son asimiladas por los estudiantes.

Estos investigadores expresan que las funciones psíquicas superiores tienen un origen histórico social y que nacen de las interacciones en el proceso de comunicación entre las personas, por lo tanto, consideran el aprendizaje como un proceso de apropiación de la experiencia histórico social, a través del cual el individuo deviene personalidad, mediante la actividad y la comunicación que establece con sus semejantes.

Un ejemplo que ilustra la concepción anterior puede ser tomado de lo realizado por el proyecto cubano TEDI entre 1990 y 1996 en escuelas cubanas (Zilberstein 1999; Silvestre, 2000): Utilizar diferentes procedimientos metodológicos que permiten a escolares de quinto y sexto grados plantear hipótesis, determinar características esenciales, valorar con conocimiento de la esencia de lo que estudiaron, una vez que habían recibido la ayuda adecuada para llegar a hacerlo por sí solos. En este ejemplo, el alumno llega a familiarizarse con procedimientos para Aprender y se apropia de éstos, lo que lo prepara a su vez para buscar nuevos conocimientos.

Estos investigadores han realizado numerosos aportes científicos al estudiar los problemas del desarrollo intelectual, que ponen en manos de la Didáctica de las Ramas Técnicas profundos e importantes elementos cuya correcta selección, integración y síntesis ofrecen los fundamentos psicológicos para un sustento teórico sólido del cambio que necesita el proceso de enseñanza - aprendizaje en las escuelas politécnicas.

1.3. Teorías relacionadas con la enseñanza Problemática desde una dimensión técnico-profesional

En la enseñanza tradicional se busca esencialmente la formación de un pensamiento empírico; el alumno, al aprender, es un receptor pasivo y el docente al enseñar es activo; el conocimiento se asimila por aproximaciones sucesivas, se ofrece como verdades acabadas y generalmente existe un insuficiente vínculo con la vida.

Aunque se han realizado intentos por atenuar los aspectos negativos de la didáctica tradicional en virtud, de las necesidades actuales de la sociedad, lo cierto es que aún persiste, en la mayoría de los países de Iberoamérica, esta

concepción en la práctica escolar de los docentes (Zilberstein, 1999; Silvestre, 2000).

Se considera, al igual que Silvestre y Zilberstein, que es imprescindible unificar los esfuerzos de los educadores en torno a la creación y uso de "...métodos y procedimientos más generales, más productivos, que complementen los diferentes métodos que de forma coherente integren la acción de las diversas asignaturas que influyen sobre el alumno, en pro de lograr su mayor participación colectiva y consciente, el desarrollo de su pensamiento, de su imaginación, la formación de valores, de su creatividad". (Silvestre, 2000; 83).

Majmutov (1983; 28) desarrolló y sistematizó un sistema didáctico en las décadas del 60 y 70 en la antigua URSS, para lo cual estudió las experiencias de avanzada en su país, en el que define la metodología a seguir de lo que llamó Enseñanza Problemática.

Con este sistema criticó la enseñanza tradicional, al expresar que ésta le ofrece al alumno, por lo general, los conocimientos ya hechos y elaborados, se le asigna un papel pasivo de simple receptor de conocimientos que después debe repetir, sin comprender plenamente cómo fue el proceso de búsqueda y construcción teórica que llevó a esos conocimientos.

El objetivo en su sistema es hacer transitar al alumno (de manera abreviada) por caminos similares a los que transitó el científico para llegar a sus conclusiones.

En este tránsito el sujeto no sólo se apropia del conocimiento, sino de la lógica de la ciencia en cuestión en la solución de un problema determinado, para ello, parte de no brindar el conocimiento ya fabricado, sino que el docente se centra en reflejar las contradicciones del fenómeno estudiado, en forma de problema, crea una situación Problemática, con el fin de que el estudiante se sienta motivado a darle solución y se apropie del conocimiento y de los métodos del pensamiento científico.

Majmutov desarrolla sus criterios acerca de la Enseñanza Problemática en varios trabajos. Primeramente la considera como "...un sistema didáctico basado en las regularidades de la asimilación creadora de los conocimientos y forma de actividad que integra métodos de enseñanza y de aprendizaje, los cuales se caracterizan por tener los rasgos básicos de la búsqueda científica". (Majmutov, 1977; 65).

Otros autores se apoyan tanto en criterios psicológicos como didácticos y hacen insistencia en la descripción del propio proceso. De esta manera, Okón la define como el "...conjunto de acciones tales como la organización de situaciones Problemática, planteamiento de problemas, ayuda a los estudiantes para resolver dichos problemas, verificación de la solución y dirección del proceso de sistematización y fijación de los conocimientos adquiridos. (Okón, 1968, 68).

Esta definición se refiere sólo a la actividad del profesor y no expresa el objetivo de la organización de la Enseñanza Problemática. No se plantea de manera explícita cuál es el papel del alumno en ese proceso. Además, el proceso de enseñanza se presenta como el proceso de adquisición de los conocimientos sólo mediante la solución de problemas.

En este sentido Majmutov define la Enseñanza Problemática cómo "...la actividad del maestro encaminada a la creación de un sistema de situaciones problemáticas, a la exposición y a su explicación, y a la dirección de la actividad de los alumnos en la asimilación de conocimientos nuevos, tanto en forma de conclusiones ya preparadas, como el planteamiento independiente de problemas docentes y su solución". (Majmutov, 1977; 266).

Otros autores analizan esta lógica de descripción del proceso. Guevos (1973) integra varios factores al plantear que "...consiste en que en el proceso de solución creadora por los estudiantes de problemas se produce la asimilación creadora de los conocimientos y habilidades, de las experiencias acumuladas por la sociedad, además de la formación de una personalidad activa, altamente desarrollada y consciente". (Ver a Lerner, 1976; 60)

Bravo afirma que la Enseñanza Problemática "...postula una conexión entre investigación y enseñanza en la dialéctica concreta, cuya lógica real de la producción del conocimiento puede ser conocida y apropiada a partir de la determinación de la contradicción dialéctica, en tanto expresión de múltiples y diversas fuerzas y tendencias que explican el desarrollo del conocimiento y la cultura como algo no acabado, definitivo y totalmente coherente", (Bravo, 1997; 17).

Por consiguiente, su esencia consiste en que "...los alumnos no reciban el material de estudio en forma preparada, sino que, mediante la búsqueda activa, logren desarrollar sólidos conocimientos que constituyan un sistema generalizado, que sea asimilado de forma tal que les permita su utilización en la práctica". (García, 1990; 10).

La esencia de la Enseñanza Problemática consiste "...en que los estudiantes, guiados por el profesor, se introducen en el proceso de búsqueda y solución de problemas nuevos para ellos, gracias a lo cual, aprenden a adquirir de forma independiente los conocimientos y a emplearlos en la solución de nuevos problemas". (Álvarez, 1999; 56).

Medina (1967,19) aborda la Enseñanza Problemática como una propuesta en la que el espacio donde se definen los problemas que tienen una significación para los jóvenes lo constituye básicamente su vida cotidiana y los conflictos de su entorno social.

También la considera como...un proceso de conocimiento que se formula problemas cognoscitivos y prácticos, utiliza distintos métodos y técnicas de enseñanza y se caracteriza por tener rasgos básicos de la búsqueda científica" (Medina, 1997; 105).

Por lo tanto, la utilización de la Enseñanza Problemática en la práctica escolar exige "...desarrollar el pensamiento y la comprensión de la realidad sobre la base de la dinámica de sus contradicciones reales". (Bravo, 1997; 18).

Su esencia está dada en el "...carácter contradictorio del conocimiento, con el objetivo de que el estudiante como sujeto de aprendizaje asimile el método dialéctico - materialista de pensamiento al reflejar y resolver estas contradicciones" (Martínez, 1987; 110).

La Enseñanza Problemática "...se fundamenta en las regularidades de la lógica formal y dialéctica, de la dialéctica de la enseñanza que tiende al desarrollo y de la metodología del pensamiento y de la actividad. Se basa en los principios de didáctica tradicional, pero con un nuevo enfoque. Surge del propio método explicativo, pero organizando la búsqueda científica, la independencia y la creación, además de su explicación". (Álvarez, 1999; 56).

La Enseñanza Problemática no excluye, sino que se apoya en los principios de la didáctica tradicional, su particularidad radica en que "...se debe garantizar una relación diferente de la asimilación reproductiva de los nuevos conocimientos con la creadora, con el fin de reforzar la actividad del estudiante". (Martínez, 1998; 53).

Es por ello que se coincide con Majmutov en que el aprendizaje Problemático es: "La actividad docente de los alumnos encaminada a la asimilación de conocimientos mediante la percepción de las explicaciones del maestro en las condiciones de una situación polémica, el análisis independiente (o con la ayuda

del maestro) de situaciones Problemática, la formulación de problemas y su solución mediante el planteamiento de hipótesis, su demostración, así como mediante la verificación del grado de corrección de las soluciones" (Majmutov, 1977; 266).

Como se aprecia, existen muchas definiciones de Enseñanza Problemática. Algunos autores consideran que es un sistema, otros la definen como conjunto de acciones, proceso del conocimiento o actividad docente encaminada a la asimilación productiva de los conocimientos.

Las investigaciones cubanas realizadas en este campo (Martínez, 1987; García 1990; Brito, 1994; Bravo, 1997) confirman que la enseñanza Problemática favorece la tendencia de enseñar a aprender, además de contribuir al desarrollo del trabajo metodológico del docente con un enfoque crítico y creador. Se han obtenido resultados por vía experimental (Torres, 1993; Pereda, 1993) relacionados con el grado de asimilación productiva de los conocimientos.

1.3.1. La Enseñanza Problemática profesional

La Enseñanza Problemática es una de las vías más utilizadas en función de lograr la asimilación productiva de los conocimientos por parte de los estudiantes. Si se toman como base los fundamentos teóricos de la Pedagogía Profesional, se puede integrar la Enseñanza Problemática que tiene lugar en la escuela politécnica por parte del profesor, con la Enseñanza Problemática que se produce en la entidad productiva por parte del instructor, y así aplicar los métodos Problemática a partir del proceso profesional de la entidad productiva, e integrarlo al proceso de enseñanza aprendizaje de la escuela politécnica.

La Enseñanza Problemática aplicada a la formación técnica y profesional comprende un conjunto de métodos de enseñanza profesional, donde el profesor o el instructor no comunica los conocimientos de forma acabada sino en su propia dinámica y desarrollo, plantea a los estudiantes situaciones problemáticas que les interesen y que los lleven a buscar vías para la solución de proyectos y tareas docentes ya sea en la escuela politécnica o en la entidad productiva.

En este sentido, se puede utilizar el término Enseñanza Problemática profesional en el ámbito metodológico de las ciencias económicas, como parte de las áreas profesionales. No se trata de agregarle al término "Enseñanza Problemática", la palabra "profesional", dado que en la educación técnica se trabaja con un tipo Específico de Enseñanza Problemática, que adquiere otra dimensión en la formación de técnicos. Este tipo de Enseñanza Problemática, a partir de una adecuada Vinculación de la teoría con la práctica, tiene un enfoque técnico-

profesional y sitúa al alumno de la escuela politécnica en condiciones de solucionar problemas de la práctica empresarial.

Se denomina Enseñanza Problemática profesional, porque concibe la unidad educación - instrucción - enseñanza, tanto en condiciones académicas como laborales, como requisito no sólo para formar sino, además, para superar adecuadamente al trabajador.

Según Medina (1997; 90-91) es Problemática "...en la medida en qué dinamiza, a partir de la formulación de interrogantes de vida, que se estructuran como unidades de trabajo académico desde las que se convoca al estudio y a la investigación de las distintas disciplinas y saberes en una estrecha relación con las necesidades, sentires y urgencias de la vida cotidiana".

También es Problemática porque se basa en la solución de las contradicciones inherentes a la ciencia, las cuales, una vez transformadas desde el punto de vista metodológico, se llevan al aula en la organización de la asignatura.

Es profesional en la misma medida en que estas contradicciones se manifiestan en las ciencias técnicas, se solucionan en la escuela politécnica y/o en la empresa y, por tanto, llevan implícito lo laboral, lo técnico, lo productivo y lo investigativo como partes inseparables de lo profesional.

Además, en la formación técnica y profesional el trabajo es contenido y método de enseñanza, lo cual le asigna un carácter profesional a la Enseñanza Problemática que se lleva a cabo en las escuelas politécnica.

La Enseñanza Problemática profesional se conforma mediante la unidad de dos procesos esenciales: el proceso pedagógico profesional y el proceso profesional (proceso productivo, comercial o de los servicios).

Se basa en la preparación del futuro trabajador en el proceso de enseñanza aprendizaje, pero desde el campo de actuación profesional, es decir, el proceso de asimilación de los conocimientos por parte de los estudiantes se realiza desde el proceso productivo, comercial o de los servicios, lo cual potencia en mayor medida lo profesional.

Plantea Bravo (1997; 26) que la utilización de la Enseñanza Problemática en la formación técnica y profesional implica "...asumir el saber técnico, práctico-instrumental en su contexto científico. Se trata de superar la visión de lo técnico -asociado a lo empírico elemental- a una simple manualidad del hacer por el hacer.

Admite el criterio de la existencia de una Enseñanza Problemática basada en los Principios de la integración escuela politécnica - empresa, al enfocar la misma Con una óptica laboral, en la que este componente conduce lo académico en el proceso de enseñanza aprendizaje, y crea las condiciones para que éste se asemeje al proceso profesional de la empresa.

Los profesores de las escuelas politécnicas y los instructores de las empresas des-empeñan un papel fundamental: son los encargados de dirigir el proceso pedagógico profesional y es necesario que vinculen los contenidos con la realidad productiva de las diversas empresas.

La Enseñanza Problemática profesional se estructura mediante la integración de la actividad reproductiva, productiva y creadora del estudiante. El alumno debe sentir que necesita los conocimientos profesionales, no sólo que el profesor se lo diga, sino que él descubra que debe ampliar sus conocimientos, ya que no posee recursos para solucionar determinado problema profesional que ha descubierto o se le ha planteado.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas técnicas los estudiantes, guiados por el docente, afrontan la solución de problemas profesionales nuevos para ellos, a causa de lo cual aprenden a adquirir conocimientos de manera independiente, a emplear dichos conocimientos y a dominar la experiencia de la actividad profesional creadora.

1.3.2. La asimilación productiva de los conocimientos

El análisis de la Enseñanza Problemática profesional posibilita hacer inferencias teóricas que pueden mejorar el proceso de asimilación productiva de los conocimientos de física por parte de los estudiantes.

En este sentido, Martínez considera la asimilación del conocimiento como "...el resultado de la actividad cognoscitiva del sujeto y se logra mediante su relación activa con respecto al objeto". (Martínez, 1987; 145).

En el conocimiento científico esto se logra por parte del investigador. En el proceso pedagógico profesional, para lograr la asimilación de los conocimientos acumulados por la ciencia a lo largo de su desarrollo, es necesario "...recrear, aunque sea en forma breve, las principales vías que llevaron a la formulación de un concepto". (Martínez, 1987; 146).

Según Majmutov, la asimilación es "...un proceso activo, que exige una actitud mental de quien asimila. Los conocimientos asimilados que no están amparados por un trabajo analítico - sintético y generalizador del pensamiento, son formales". (Majmutov, 1983; 100).

La asimilación de conocimientos es un tipo de actividad mediante la cual se produce la conjugación de los productos de la experiencia ajena con los indicadores de la propia. El alumno convierte en patrimonio interno, propio, lo externo que se forma independientemente de él. Es un proceso activo, que exige una actitud Mental del estudiante.

Aquí se tienen en cuenta los enfoques psicológicos de la asimilación, que han tenido repercusión en la Didáctica a partir de los trabajos de Talizina (1984; 1987), quien plantea que, en una primera etapa, material o materializada, el estudiante tiene un apoyo externo real o modelado del objeto para aplicar los conocimientos en la solución del problema.

En este caso Fuentes (1998; 19) considera que deben ser en objetos muy simples y que a medida que se asimilan se van enriqueciendo, a la vez que se pasa a la etapa del lenguaje donde el estudiante sin el apoyo externo pueda enfrentar situaciones conocidas o ligeramente diferentes, hasta llegar a la etapa en que pueda enfrentar situaciones nuevas con sus conocimientos y habilidades.

El término "asimilación" caracteriza el dominio o apropiación de los conocimientos por parte de los estudiantes. Los conocimientos asimilados de manera productiva están amparados por un trabajo analítico - sintético y generalizador del pensamiento, por lo tanto, el nivel de asimilación productivo exige que el estudiante sea capaz de aplicar los conocimientos en situaciones nuevas para él (Álvarez, 1996; 22); es decir, solucionar problemas cuya situación le es desconocida y por tanto debe concebir el modo de su solución y construir los procedimientos necesarios para lograrlo.

Cuando la situación presentada es nueva y el alumno reproduce procedimientos ya elaborados, se trata de una aplicación reproductiva. Si, por el contrario, los procedimientos empleados por el estudiante son construidos por él, entonces adquiere una connotación productiva (Bermúdez y Rodríguez, 1996; 28).

Para lograr la asimilación productiva de los conocimientos profesionales es necesario aplicar métodos de enseñanza que propicien la participación de los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje. Cuando se habla de participación se refiere a la interna, a la actividad mental y al desarrollo del pensamiento lógico, que es una vía para lograr los conocimientos.

En el proceso pedagógico profesional el alumno aprende diferentes elementos del conocimiento profesional (conceptos, principios, reglas, leyes) que forman parte del contenido técnico y a la vez se apropia, en un proceso activo, mediante las interacciones con el docente y con el resto de los alumnos, de los

procedimientos que utiliza el trabajador de la empresa en la aplicación de sus conocimientos en el proceso profesional.

En correspondencia con lo anterior, en el proceso de asimilación de los conocimientos profesionales se produce la adquisición de procedimientos, que en su unidad conforman las habilidades profesionales. Asimismo, se adquieren en este proceso, habilidades relacionadas con la planificación, control y evaluación de la actividad de aprendizaje, a propiciar una actitud más reflexiva y regulada de alumno en la misma.

1.4. Las operaciones del pensamiento

Razonablemente cabe suponer que muchas personas estarán de acuerdo en que los procesos del pensamiento e implicados en él constituyen un importante objetivo del proceso educativo y que las instituciones no tendrían que escatimar esfuerzos para proporcionar a los estudiantes amplias oportunidades para pensar. Pero ¿Cómo se hace? ¿Qué procedimientos emplean los buenos maestros? ¿Qué jornadas, tareas y actividades escolares destacan la significación de este fenómeno?

Muchas de las sugerencias consignadas a continuación no son nuevas para los maestros; pero su enfoque puede ser instructivo. Los elementos mostrados a continuación sirven de guía para que un maestro vaya orientando su propia enseñanza en el aula.

Al terminar la mañana y el día de clase, el maestro podría consultar esta lista y preguntarse si practico y en qué medida algunas de éstas sugerencias. No se pretende un modelo completo o finito, ni que se incluyan algunas de las actividades propuestas en todas y en cada una de las jornadas escolares. Con los ítems se sugiere, no se obliga a incluir nada. Sin embargo, contiene algunas ideas ampliamente utilizadas para darle su importancia a todo lo que significa pensamiento.

1.4.1. Observar

Observar y monitorear encierran la idea de vigilar detenidamente, reparar con cuidado, notar con interés, percibir con atención. En general se presta estricta atención y se vigila atentamente un evento o fenómeno motivados y movidos por la curiosidad que nos despierta o por un propósito definido; algo nos concierne y tenemos buenas razones para observar con cuidado e involucramos en ese algo. Algunas veces centramos la atención en los detalles, otras, en lo esencial o en los procedimientos, y a veces, en ambos. A

veces requerimos una gran exactitud en la observación y en otra basta que sea tan solo aproximada.

Observamos la ejecución de un experimento, un evento natural o controlado dentro de un laboratorio, o podemos ir a la ventana, asomamos a ella y describir lo que vemos u observar los acontecimientos que se suceden ante nuestros ojos, procesos simples o muy complejos y en general demostraciones espontáneas o muy elaboradas de los seres vivos o inanimados cercanos y sus comportamientos, es frecuente, tomar como fuente el observar las labores de nuestros semejantes como innumerables oportunidades para observar el mundo en derredor nuestro.

1.4.2. Comparar

Tamaño, color, textura, plano de ocurrencia, o alguna propiedad de lo observado, definen, similitudes, equivalencias, diferencias y características del evento de interés.

Cuando invitamos a un alumno para que haga comparaciones sobre un evento, fenómeno u objeto, le ubicamos en situación de tener que emplear el pensamiento, cuenta entonces con la oportunidad de buscar y plantear diferencias y similitudes por la vía de los hechos o la contemplación. Examina dos o más objetos, ideas o procesos procurando establecer cuáles son sus interrelaciones. Buscar puntos de coincidencia o de disimilitudes, no coincidencias y determinar que hay en uno y que falta en otro.

Aquello que otras personas miran y nos dicen que han visto, depende con frecuencia del interés y los propósitos que orientan la labor que les asignaron. Al variar los propósitos, es probable que también varíen sustancialmente las comparaciones que haga el escolar.

La tarea asignada, o sea comparar puede variar muchísimo en grado de dificultad y objetivo, desde comparar entre sí dos números enteros, hasta la música moderna con el arte moderno; desde pedir a un alumno de la escuela secundaria que compare el Gabriel García Márquez de las primeras novelas con aquel de las últimas, o que lo compare con otro de su género literario o bien solicitar a estudiantes de ciencias exactas, en Matemática que comparen la abstracción de la teoría con situaciones concretas reales de conceptos como límite, continuidad e infinito y a los de física comparar desde diferentes niveles o aspectos dos experimentos científicos conocidos o dos eventos o la respuesta de dos instrumentos de medida actuados sobre propiedades del mismo objeto o de una misma variable. Toda asignatura es pródiga en posibilidades de comparaciones, posibilidades que son tan importantes desde temprana edad en

el hogar o durante el primer grado de primaria igualmente en la escuela secundaria.

Cuando se les da la misma tarea a varios grupos de estudiantes, es interesante comparar las comparaciones, pues en la retroalimentación aprenden unos de los otros en forma simbiótica. Evaluando cómo los demás aportan en semejanzas o diferencias que algunos pasaron por alto, su sensibilidad suele agudizarse.

1.4.3. Resumir

Recoger y condensar oralmente y por escrito con criterio claro, ordenadamente y ceñido a la verdad aquello que ha sido percibido por los sentidos.

Si a usted, amable lector, se le encargara la tarea de resumir el último tema (cualquiera él sea) que haya leído, innegablemente coincidiría en que ello requiere pensar, pues requiere recuperar ordenadamente la información sin incluir la comprensión de lo leído, eso es otra cosa. El término resumir encierra establecer, de modo breve o condensado, la esencia de lo observado o solicitado y replantear la esencia del asunto, de la idea completa o ideas centrales; concreción sin omitir elementos claves.

Se puede empezar con reflexiones retrospectivas sobre experiencias pretéritas, lo cual se puede encauzar de variadas formas. Por ejemplo, hilando los acontecimientos y/o recuerdos en una secuencia espacio-temporal de aquello que fue primero, luego lo acontecido inmediatamente después y así sucesivamente hasta completar la tarea. Igualmente enunciar y enumerar primero las ideas principales para luego resumirlas organizadamente por separado. También resumir una clase magistral de un grupo de experimentos recogiendo y exponiendo las descripciones de los fenómenos mostrados para luego proponer las explicaciones pertinentes de lo observado. Existen tantas maneras de resumir como número de alumnos o personas intervienen en la misma tarea.

Un éxito relativamente asegurado para los docentes se encuentra en la preparación responsable de sus clases, porque con una adecuada programación se exige saber todo aquello que van a hacer o decir durante el desarrollo de su que-hacer profesional. Primero se exponen las ideas básicas, los conceptos importantes, y luego hablar de cada uno de ellos en consecuencia se podría sugerir que la última frase podría resumir las ideas básicas principales.

1.4.4. Clasificar

Criterios claros de orden y agrupamiento crean disciplina para planear con pertinencia el trabajo e incluso muchos aspectos productivos de la vida cuando

clasificamos o distribuimos cosas, las agrupamos conforme a ciertos criterios, si se nos pide que clasifiquemos un conjunto de objeto o ideas, empezamos por examinarlo, y cuando vemos que tiene ciertas cosas en común entonces reunimos esos objetos o esas ideas. Seguimos así hasta tener una serie de grupos, si los elementos restantes no pueden ser clasificados según el sistema usado solemos decir que tendríamos que haber empleado otro sistema, o bien que podríamos haberlo colocado en un grupo denominado varios.

Clasificar datos o grupos de datos experimentales con criterio de solución. textura, tamaño, color, función, características físicas etc.

Desde muy temprana edad, los niños de forma natural en su interacción con el entorno sienten la influencia y crean sistemas de clasificación. Ven en las mesas, estanterías y armarios de la cocina y comedor como los recipientes de vidrio están separados de la loza; los metálicos diferenciados de aquellos que no lo son, los equipos auxiliares o ayudantes de cocina agrupados en un sitio determinado; discriminados claramente, diferenciados y segregados los artículos de aseo e higiene de los alimentos, la vajilla está organizada de determinada manera: las copas allá, las salseras más allá y los vasos por este lado. Al guardarse los cubiertos, los tenedores, cuchillos, cucharas y cucharitas tienen su lugar especial. Las habitaciones de una casa tienen diferentes denominaciones y fines: dormitorio, comedor, cocina... A menudo ciertas cosas “pertenecen” a determinado cuarto. La ropa se guarda también separada en grupos: ropas limpias, de las para lavar, igualmente según su uso: la destinada a la escuela, de aquella para salir al trabajo, o la de jugar. Igual sucede con la pieza destinada para almacenar y organizar las herramientas, diferenciándolas entre si según su aplicación específica. La idea subyacente en lo mío y lo tuyo es una sencilla clasificación del tipo de “o esto o aquello...” ahora desde los jardines infantiles se les desarrolla y enseña esta categoría.

En la pre-escuela, el jardín de infantes y en primer grado, los niños cuentan con oportunidades para trabajar con bloques, papeles y cuentas de diferentes tamaños, formas y colores; observándolos trabajar y jugar, se los ve improvisar esquemas de clasificación. En los años siguientes de escolaridad, los niños van teniendo cada vez menos oportunidades de elaborar sus propios sistemas de clasificación; por lo general estos ya están explicados en el texto y el alumno solo tiene que “aprenderlos”.

En los primeros años los maestros suelen sugerir encabezamientos, títulos o categorías para formar grupos y proporcionan a los niños un conjunto de objetos o palabras para que los distribuyan en esos sistemas de clasificación preestablecidos. A veces se les dan solamente los elementos y se les solicita que

vayan buscando la manera de agruparlos. También en este caso comparten recíprocamente sus ideas y aprenden unos de otros. Perciben así nuevas y distintas formas de manejar los datos proporcionados.

A través de la escuela elemental, secundaria y superior, es posible desarrollar los principios que rigen un sistema de clasificación y la tarea de estructurarlos se llevara cabo con mayor rigor, en éstas últimas fases; identificando lo que pertenece y lo que no pertenece, la labor de imaginar posibles encabezamientos de grupos, el afán de ensayar cosas y descartarlas si no ensamblan correctamente: todos son ejercicios que encierran un propósito definido.

Gasificar es poner orden en la existencia y contribuir a dar significado a la experiencia. Encierra análisis y síntesis; alienta en los niños el ordenar su mundo, a pensar por sí mismos, a sacar sus propias conclusiones y es una experiencia que puede contribuir a que los jóvenes maduren positivamente.

El maestro consciente tendrá que usarlas como guía y pronto advertirá en su programa de estudios muchas otras oportunidades para proporcionar al alumnado esta gama de experiencias. Se conviene generalmente en que ejercicios de este tipo tendrían que incluirse en todo programa que subrayara la importancia de los procesos del pensamiento. ¿Seguro que sus alumnos han tenido experiencias en observar, resumir, comparar y clasificar?

1.4.5. Interpretar

Cuando interpretamos una experiencia, explicamos el significado que ella tiene y representa para nosotros. ¿Qué es, pues, interpretar?... Es un proceso por el cual mostramos y extraemos cierto significado de nuestras experiencias. Si se nos pregunta cómo lo deducimos, entonces abundamos en explicaciones y datos que respaldan nuestra interpretación. Hay que ofrecer a los alumnos gráficos, tablas, planos, imágenes, dibujos, figuras e informes y cuando se les pregunta qué significado extraen de esta experiencia, se les pide que hagan una interpretación de los hechos y las cosas; de la descripción de viajes y experiencias próximas o remotas, de hacer comparaciones y resúmenes, de relacionar premios y castigos con conductas o inconductas, de todo ello se extraen asimismo significados. En todos los casos en que se reacciona ante determinada experiencia, es posible verificar nuestras conclusiones comprobando si los datos aportados respaldan la interpretación.

En ocasiones, al interpretar hechos y cosas, inicialmente se procede con la descripción y después la explicación de lo percibido. A menudo clasificamos así nuestras interpretaciones; interpretaciones que suponemos probablemente ciertas y, en fin, interpretaciones que nos parecen simples “corazonadas”,

dándoles significados quizás posibles, pero que exceden con mucho el límite de los datos disponibles.

Algunos maestros eligen artículos breves que contiene datos y conclusiones del autor, y hacen copias de ellos para uso de sus alumnos; antes de repartirlas, se aseguran de que los niños reciben solo los hechos y una aclaración relativa a los propósitos que encierra ese estudio. Piden después que hagan una composición sobre los significados que pueden extraer de los datos aportados. Al terminar, les facilitan una hoja donde aparecen las conclusiones del propio autor sobre los mismos datos.

1.4.6. Reunir y organizar datos

El orden y la organización son funciones proclives a generar disciplina para una vida funcional se debe proporcionar al alumno la oportunidad de hacer trabajos individuales y por subgrupos, estimulada con sus preguntas, consultas e investigaciones. O el trabajo que nace de la propia curiosidad natural de la tendencia a suministrar datos y tablas de valores y luego pedirle que trabaje con base a dicha información y asimile todo eso. A veces, desde luego, los deberes que le encargamos lo obligan a examinar libros, documentos o páginas Web y reunir los datos que allí pueda hallar, siendo este un ejemplo de cómo el alumno reúne y organiza los datos. A veces un problema exige una entrevista, la cual, a su vez, requiere planear un cuestionario y unas tablas. Es necesario así mismo cierto planeamiento.

Bajo esta operación se agrupa la recolección de información experimental en el laboratorio de ciencias, durante la ejecución de un experimento, hecho por él, un subgrupo de estudiantes, el profesor o en conjunto; donde la medida de las variables proporciona los datos experimentales que se deben organizar en cuadros o tablas de valores con criterio claro para tal propósito y un fin específico, en forma que pueda analizarse posteriormente.

1.4.7. Análisis

A partir del “todo” examinar minuciosa y conscientemente sus partes constitutivas con el uso de todas las herramientas disponibles asociadas al intelecto humano.

Etapa en la construcción del conocimiento que implica tomar un todo y abrirlo en sus partes para estudiar cada uno los elementos que lo componen en forma intensa y examinar las relaciones entre sí de los constituyentes y con el todo, ello exige comprender la esencia del todo y la naturaleza de las partes.

El todo puede ser racional, como cuando se considera la producción del intelecto al elaborar hipótesis sobre un conjunto de observaciones

experimentales, para generar leyes y teorías que expliquen suficiente y claramente un grupo de eventos.

Se descompone una ley o hipótesis de acuerdo a los fenómenos y las variables que lo integran y da lugar no solo a una etapa analítica, sino que incluye también a una fase empírica, propia de la actividad desarrollada en un laboratorio de investigación o de educación.

1.4.8. Síntesis

Función inversa del análisis.

En la síntesis se emplea un método de reconstrucción, partiendo de las partes para recuperar la unidad con los elementos que han sido identificados desde y a través del análisis.

La síntesis conlleva volver a integrar las partes que ya son conocidas hacia un todo, pero no se trata de una reconstrucción mecánica, sino que implica la comprensión e interpretación cabal de las partes sus funciones sus principios de relación, mirados con una visión global total.

En consecuencia, las operaciones de la mente "análisis y "síntesis" aunque parecen contraponerse, en realidad son complementarias y el uso de una implica necesariamente el concurso de la otra y facilitan tanto la inducción dado que al partir de los hechos particulares se dirige hacia afirmaciones de carácter general, como también la deducción en la construcción del conocimiento científico, además la síntesis va de lo abstracto a lo concreto.

1.5. El Aprendizaje

Aprendizaje es el proceso de adquirir conocimientos, habilidades, actitudes, y valores, a través del estudio, la experiencia o la enseñanza. Existen diversas teorías y tendencias del aprendizaje, cada una de las cuales analiza desde una mirada particular, sí que ninguna se promueva como teoría única y acabada sobre tan espinoso, complejo y multifactorial proceso.

1.5.1. Psicología conductista

Los psicólogos conductistas describen el aprendizaje en función de los cambios observables en la conducta de un individuo. El proceso fundamental del aprendizaje es la imitación, es decir la repetición de un proceso observado. La imitación toma tiempo (atención al detalle), espacio (un sitio para aprender), habilidades (o práctica) y otros recursos (por ejemplo, un área protegida). Al

copiar, los infantes aprenden a captar (dirigir la atención), alimentarse y realizar las tareas básicas necesarias para la supervivencia.

1.5.2. Aprendizaje humano

El aprendizaje se define técnicamente como un cambio relativamente estable en la conducta del sujeto como resultado de la experiencia, producido a través del establecimiento de asociaciones entre estímulos y respuestas mediante la práctica en un nivel elemental, supuesto que comparte la especie humana con algunos otros seres vivos que han sufrido el mismo desarrollo evolutivo en contraposición a la condición mayoritaria en el conjunto de las especies que se basa en la imprimación de la conducta frente al ambiente mediante patrones genéticos.

En el ser humano, la capacidad de aprendizaje ha llegado a constituir un factor que sobrepasa a la habilidad común en las mismas ramas evolutivas, consistente en el cambio conductual en función del entorno dado. En efecto, a través de la continua adquisición de conocimiento, la especie humana ha logrado hasta cierto punto el poder de independizarse de su contexto ecológico e incluso de modificarlo según sus necesidades.

El desarrollo de la agricultura y la ganadería en un primer momento, junto con la revolución industrial y el impulso de la telemática en una etapa posterior han sido a priori los principales pilares en los que se basa esta característica distintiva del *homo sapiens*. Contradictoriamente a mayor aprendizaje, menor capacidad de adaptación frente a los cambios globales tanto a nivel micro (virus) como macro (recalentamiento global). Si bien, por medio del aprendizaje, aprehendemos (lo hacemos nuestro) el mundo exterior, cada vez es más extraño para las nuevas generaciones.

1.5.3. Aprendizaje de Goleman

Daniel Goleman (1998) propone un modelo de aprendizaje basándose en la distinción de las habilidades puramente cognitivas y las aptitudes personales y sociales. Goleman sugiere que las habilidades puramente cognitivas tienen su base en la neocorteza cerebral. En cambio, las aptitudes personales y sociales están además relacionadas con otras zonas del cerebro, en particular con la amígdala, los lóbulos prefrontales y el “centro ejecutivo del cerebro”.

De acuerdo con esto, Goleman explica que el aprendizaje basado en las reacciones emocionales además de ser parte integral del proceso de aprendizaje, sólo puede adquirirse mediante situaciones relacionadas con las experiencias emotivas de los individuos. De ahí que considere que el aprendizaje de las

actividades humanas debe integrarse plenamente con la vida cotidiana para ser efectiva.

Del mismo modo, así como el aprendizaje tradicional implica cambios de conducta, se espera que el aprendizaje emocional conlleve cambios en las reacciones fisiológicas, subjetivas y conductuales relacionadas con las emociones del individuo a determinadas condiciones del entorno, el primer elemento: La motivación es nuestra responsabilidad como educadores encender “La Chispa” a partir de la cual se va a generar el aprendizaje, se trata de atraer la atención del alumno, antes de mostrar el contenido de la lección se debe incitar a los alumnos a que indaguen acerca de lo que se va a tratar la lección, formular preguntas de manera que se estimule el interés de los alumnos hacia el tema, también es importante ayudarlos a repasar el nuevo vocabulario ya que el lenguaje es la materia prima de la asimilación y teniendo dominio del vocabulario se puede asimilar mejor el nuevo conocimiento, no se trata de dar la lección, se trata de invitarlos para pensar acerca de lo que están por aprender, invitarlo a que se exprese e interactúe con el objeto de Aprendizaje, esto implica también en sí mismo una importante interacción entre maestro y alumno, el objetivo es que lo que sea que vayan a aprender los alumnos es que estos aprovechen al máximo la información.

El segundo paso es: La presentación, para esto es conveniente que se utilicen estímulos multisensoriales, que los ayuden a asimilar la información desde varios sentidos, desde varios puntos de vista, que la indaguen, que la analicen, que la conozcan por primera vez y en caso contrario que la ubiquen en recuerdos anteriores que los ayuden a reconocer la nueva información, para mantener la atención de los alumnos es importante hacer exposiciones interesantes, ayudarlos a que ellos se sientan partícipes de lo que están percibiendo, que discriminen lo que escuchan, que lo categoricen, que lo emparejen, que lo juzguen, etc.

El tercer paso: Nos lo ofrece la práctica y la experimentación, la muestra en hechos de lo que se acaba de aprender, esto requiere que los alumnos demuestren que han aprendido lo que se les ha enseñado, es la repetición en la realidad que ayude a ubicar el conocimiento en un contexto recordable a un futuro, es la oportunidad de responder al estímulo que se les acaba de impartir, pero de una manera lógica, coherente, factible en una realidad que constantemente está colocándonos situaciones distintas donde debemos aplicar estos conocimientos, en este punto la integración del lenguaje a la Respuesta es importante ya que es muestra de una estrecha integración con el pensamiento, sin esta interacción lo antes mencionado no es posible, esto ayuda a mantener el interés de seguir descubriendo en el alumno, de esta manera

se lleva un equilibrio entre el escuchar, hablar, leer y escribir, de esta manera ellos están aprendiendo nuevas maneras de escuchar, de hablar, de leer y de escribir.

Por último, se encuentra la aplicación, que es tan solo una extensión de la práctica, en donde solo estamos repitiendo hipotéticamente un conocimiento, pero la aplicación la estamos llevando a nuestra realidad, le estamos dando verdadera utilidad a este conocimiento, esta última fase es en sí la que más proporciona oportunidades del desarrollo y de utilización del pensamiento crítico.

Además, esta técnica del pensamiento crítico ayuda a que el aprendizaje se desarrolle en forma organizada, ayuda a que el aprendizaje sea un repertorio o un banco de datos o estrategias para operar con el conocimiento, de esta manera se ejecuta en pasos concatenados o fases mucho más asimilables que si se hiciera de otra forma, esta fase también las utilizará el educador en las etapas de planificación, de esta forma será más fácil asociar y recordar cómo y cuándo oportunamente deben aplicarse las distintas etapas de las enseñanzas, es tarea del docente integrar a todos, a cada uno de los alumnos como elementos importantes en el proceso de aprendizaje, planear las clases con anticipación lo que permite y facilita tomar medidas, para incluir a todos los alumnos, aunque a alguno se dificulte la comunicación con el maestro es importante unirlos por lo menos al proceso de aprendizaje del que se supone está siendo participe, si el maestro recuerda que su papel es el de facilitar la información y no de imponerla, entonces apoyará a sus alumnos, ayudándolos a imponer esta información.

1.6. Elementos teóricos y sus aplicaciones en Física. (Física Mecánica)

1.6.1. Vectores, componente de un vector y vectores unitarios

En el estudio de la física se encuentran algunas cantidades que tienen magnitud, dirección, y sentido. Estas magnitudes, se denominan vectoriales. Matemáticamente un vector es un par ordenado de números reales.

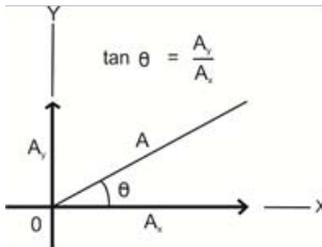
$$\vec{A} = (X_1, Y_1)$$

El método geométrico de suma de vectores no es el procedimiento recomendado en situaciones donde se requiere alta precisión o en problemas tridimensionales. En esta sección se describe un método para sumar vectores que hacen uso de las *proyecciones* de un vector a lo largo de los ejes de un sistema de coordenadas

rectangular. A estas proyecciones se les llama componentes del vector. Cualquier vector se puede describir completamente por sus componentes¹.

Considere un vector \vec{A} en el plano xy que forma un ángulo θ con el eje x positivo, como se muestra en la figura 1.6.1. El vector \vec{A} se puede expresar como la suma de otros 2 vectores A_x y A_y llamados vectores componentes de \vec{A} . El vector componente A_x representa la proyección de \vec{A} a lo largo del eje x mientras que A_y representa la proyección de \vec{A} a lo largo del eje y . En la figura 1.6.1. se ve que $\vec{A} = A_x + A_y$. A menudo se hará referencia a las magnitudes de A_x y A_y , llamadas A_x y A_y como las componentes de \vec{A} . Las componentes de un vector pueden ser positivas o negativas. La componente A_x es positiva si \vec{A}_x apunta hacia el eje x positivo, y es negativa si A_x apunta a lo largo del eje x negativo. Es lo mismo para la componente A_y .

De la figura 1.6.1. y de la definición del seno y coseno de un ángulo, se ve que $\cos\theta = A_x/A$ y $\text{sen}\theta = A_y/A$. Por lo tanto, las componentes rectangulares de \vec{A} están dadas por:



$$\begin{aligned} A_x &= A \cos \theta \\ A_y &= A \text{ Seno } \theta \end{aligned} \tag{1.1}$$

Figura 1.6.1. Componentes de un Vector

Estas componentes forman los dos lados de un triángulo donde la hipotenusa tiene una magnitud A . Entonces, se sigue que la magnitud de A y su dirección están relacionadas con sus componentes rectangulares a través de las expresiones.

$$A = \sqrt{A_x.^2 + A_y.^2} \tag{1.2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x} \tag{1.3}$$

¹ Ver Serway, Raymon. *Física para ciencias e ingeniería, Volumen1*, p. 31 - 32

Para encontrar θ se puede escribir $\theta = \tan^{-1} (A_y/A_x)$, la cual se lee " θ es igual al ángulo cuya tangente es la razón A_y/A_x ". Nótese que los signos de los componentes rectangulares A_x y A_y dependen del ángulo θ . Por ejemplo, si $\theta = 120^\circ$, A_x es negativa y A_y es positiva, Por otro lado, si $\theta = 225^\circ$ ambas, A_x y A_y son negativas. La figura 1.6.2. resume los signos de las componentes cuando A cae en los diferentes cuadrantes.

II A_x Negativa A_y positiva	I A_x Positiva A_y positiva
III A_x Negativa A_y Negativa	IV A_x Positiva A_y Negativa

Figura 1.6.2. Los signos de las componentes rectangulares de un vector A dependen del cuadrante en que se localizan.

Las cantidades vectoriales con frecuencia se expresan en términos de vectores unitarios. Un vector unitario o unidad es un vector sin dimensión y de longitud unitaria, el cual se emplea para especificar una dirección dada. Los vectores unitarios no tienen otro significado físico, simplemente se usa por conveniencias para describir una dirección en el espacio. Se utilizan los símbolos i , j y k forman un conjunto de vectores mutuamente perpendiculares como se muestra en la figura 1.6.3a., donde la magnitud del vector unitario es igual a la unidad; es decir $i = j = k = 1$.

Considere un vector \vec{A} que está en el plano XY , como en la figura 1.3b. El producto de la componente A_x y el vector unitario i es el vector $A_x i$ paralelo al eje x con magnitud A_x . Del mismo modo, $A_y j$ es un vector de magnitud A_y paralelo al eje Y .

Por lo tanto en término, de los vectores unitarios, el vector \vec{A} se escribe como:

$$\vec{A} = A_x i + A_y j \tag{1.4}$$

Los vectores $A_x i$ y $A_y j$ son las componentes vectoriales de \vec{A} . No debe confundirse esto con A_x y A_y las cuales siempre se refieren a las componentes de \vec{A} . Ahora, suponga que se desea sumar los vectores \vec{B} y \vec{A} en donde \vec{B} tiene componentes B_x y B_y . El procedimiento para obtener la suma es simplemente sumar las componentes x , y por separado. El vector resultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ está dado por:

$$\vec{R} = (A_x + B_x)i + (A_y + B_y)j \quad 1.5$$

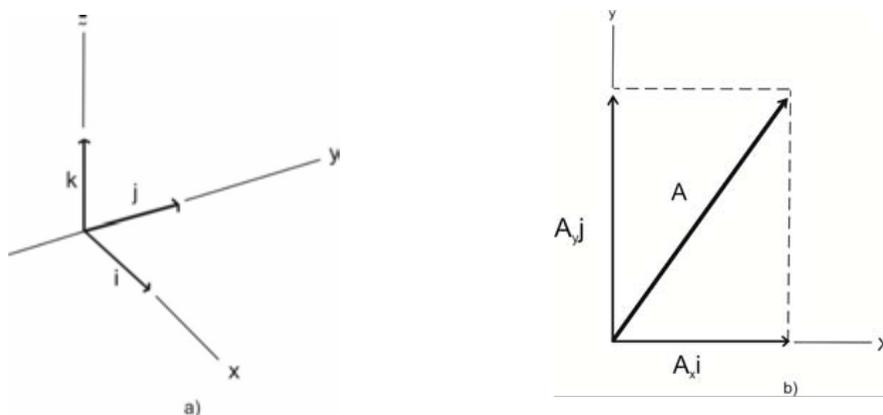


Figura 1.6.3. a) Los vectores unitarios i , j , k están dirigidos a lo largo de los ejes x , y y z respectivamente. b.) Un vector A que está en el plano x y tiene componentes vectoriales $A_x i$ y $A_y j$, donde A_x y A_y son las componentes rectangulares.

Por consiguiente, las componentes rectangulares del vector resultante están dadas por:

$$R_x = A_x + B_x \quad 1.6$$

$$R_y = A_y + B_y$$

Entonces, es posible obtener la magnitud de \vec{R} y el ángulo que forma con el eje x , a partir de sus componentes utilizando las relaciones

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \quad 1.7$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \quad 1.8$$

El procedimiento que se acaba de describir para la suma de los vectores A y B por el método de componentes, se puede verificar usando una construc-

ción geométrica, como se muestra en la figura 1.6.4. Una vez más, se debe tener cuidado en observar los signos de las componentes al aplicar el método algebraico o el método geométrico.

La extensión de estos dos métodos a vectores tridimensionales es directa. Si A y B tienen componentes x , y y z , se expresan en la forma:

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \quad 1.9$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k} \quad 1.10$$

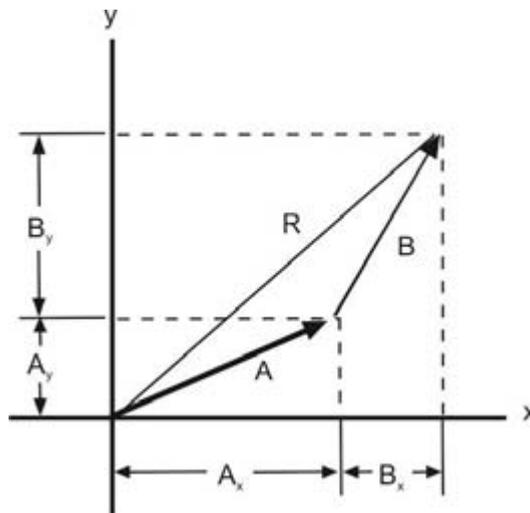


Figura 1.6.4. Construcción geométrica que muestra la relación entre las componentes de la resultante R de dos vectores y las componentes de los propios vectores.

La suma de A y B está dada por:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k} \quad 1.11$$

Por lo tanto, el vector resultante también tiene una componente z , dada por $R_z = A_z + B_z$. Se puede aplicar el mismo procedimiento para sumar tres o más vectores.

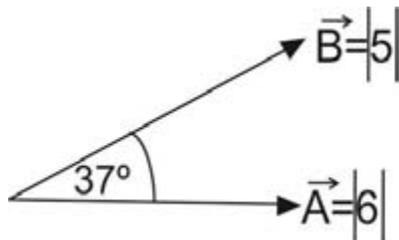
1.6.2. Estrategia para resolver problemas.

Cuando dos o más vectores se suman, se recomienda seguir el siguiente procedimiento paso a paso:

- 1) Seleccione un sistema de coordenadas.
- 2) Dibuje un esquema de los vectores que se van a sumar o restar, con una etiqueta en cada vector.
- 3) Encuentre las componentes x y y, de todos los vectores.
- 4) Encuentre las componentes resultantes (la suma algebraica de las componentes) en ambas direcciones x y y.
- 5) Use el teorema de Pitágoras para encontrar la magnitud del vector resultante.
- 6) Use una función trigonométrica adecuada para encontrar el ángulo que forma con el eje x, el vector resultante

1.6.3. Ejercicios de aplicación al tema

1. Dado los vectores A y B de la siguiente figura. Hallar $A + B$; $A - B$;
 $2A + B$



$$\begin{aligned}\text{sen } 37^\circ &= 0.6 \\ \cos 37^\circ &= 0.8 \\ \cos 0^\circ &= 1 \\ \text{sen } 0^\circ &= 0\end{aligned}$$

Figura 1.6.5. Vectores A y B formando un ángulo de 37°

Solución.

$$\begin{aligned}\text{Vector } \vec{A} &= |6| \quad \theta = 0^\circ & A_x &= 6\cos 0^\circ & A_y &= 6\text{sen} 0^\circ \\ & & A_x &= 6(1) & A_y &= 6(0) \\ & & A_x &= 6 & A_y &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Vector } \vec{B} &= |5| \quad \theta = 37^\circ & B_x &= 5 \cdot \cos 37^\circ & B_y &= 5\text{sen } 37^\circ \\ & & B_x &= 5(0.8) & B_y &= 5(0.6) \\ & & B_x &= 4 & B_y &= 3\end{aligned}$$

Teniendo el valor de los vectores podemos hallar cada operación así:

$$\vec{A} + \vec{B} = (6,0) + (4,3)$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (6 + 4, 0 + 3)$$

$$\vec{A} + \vec{B} = (10,3)$$

$$\text{Módulo de } \vec{A} + \vec{B} = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2}$$

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{10^2 + 3^2} = \sqrt{100 + 9} = \sqrt{109}$$

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{109}$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (6,0) + (4,3)$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (6 - 4, 0 - 3) = (2, -3)$$

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

$$|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{13}$$

$$2\vec{A} + \vec{B} = 2(6,0) + (4,3)$$

$$2\vec{A} + \vec{B} = (12, 0) + (4, 3)$$

$$2\vec{A} + \vec{B} = (12 + 4, 0 + 3)$$

$$2\vec{A} + \vec{B} = (16, 3)$$

$$|2\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{16^2 + 3^2}$$

$$|2\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{265}$$

2. Hallar el valor de los vectores A y B de la figura para que $A + B + C = 0$

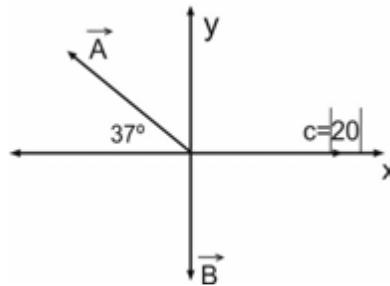


Figura 1.6.6. Vectores \vec{A} , \vec{B} y \vec{C} en el plano XY

Un vector es un par ordenado de números Reales:

$$\vec{0} = (0,0)$$

De acuerdo con la ecuación $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (0, 0)$

Vector \vec{C}

$$C_x = 20 \cos 0^\circ \quad C_y = 20 \operatorname{sen} 0^\circ$$

$$C_x = 20(1) \quad C_y = 20(0)$$

$$C_x = 20 \quad C_y = 0$$

$$\vec{C} = (20, 0)$$

Vector \vec{A} está en el segundo cuadrante

$$A_x = A \cos 37^\circ \quad A_y = A \operatorname{sen} 37^\circ$$

$$A_x = A \cdot 8/10 \quad A_y = A \cdot 6/10$$

$$\vec{A} = \left(-\frac{8A}{10}, \frac{6A}{10} \right)$$

Vector \vec{B}

$$B_x = B \cdot \cos 270^\circ \quad B_y = B \operatorname{sen} 270^\circ$$

$$B_x = B(0) \quad B_y = B(-1)$$

$$B_x = 0 \quad B_y = -B$$

$$\vec{B} = (0 - B)$$

Reemplazando:

$$\left(-\frac{8A}{10}, \frac{6A}{10} \right) + (0, -B) + (20, 0) = (0,0)$$

Tenemos

$$\begin{aligned}\frac{8A}{10}A + 0 &= 0 & \frac{6A}{10} - B &= 0 \\ -8A + 200 &= 0 & \frac{6(25)}{10} - B &= 0 \\ A &= \frac{-200}{-8} = 25 & B &= \frac{150}{10} \\ \vec{A} &= |25| & \vec{B} &= |15|\end{aligned}$$

1.6.4. Cinemática

Parte de la física que estudia el movimiento sin atender las causas que lo producen, ni la masa del cuerpo que se mueve.

En los movimientos unidimensionales, es necesario tomar un sistema de referencia, para definir en ellos un tipo de movimiento. Si tomamos como sistema de referencia una línea recta en la cual se toma el cero como punto de referencia, se define posición del cuerpo respecto a esta recta de referencia la abscisa (\vec{X}) del punto donde se encuentra.

Desplazamiento: El desplazamiento es un cambio de posición (variación Δx). El incremento (delta) Δ es un valor final menos un valor inicial.

$$\Delta X = X_f - X_0$$

X_f : Desplazamiento final

X_0 : Desplazamiento inicial.

Nota: el desplazamiento es un vector.

Espacio: es el valor absoluto del desplazamiento es un escalar, por lo cual, (un número fijo y determinado).

$$X = |\Delta x| \qquad 1.12$$

Velocidad media: es el cambio del desplazamiento en la unidad de tiempo, (es un vector)

$$V_m = \frac{\Delta x}{t} \quad 1.13$$

Rapidez: es el espacio recorrido en la unidad de tiempo.

$$V_m = \frac{|\Delta x|}{t} \quad (\text{es un escalar}) \quad 1.14$$

El siguiente ejemplo presenta un gráfico que ilustra la trayectoria de un móvil

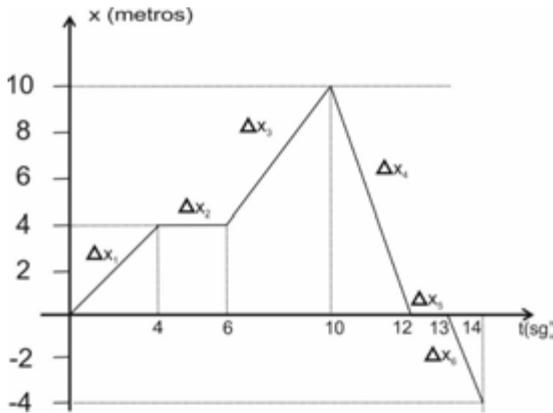


Figura 1.6.7 Desplazamiento (x), en función del tiempo (t)

Hallar el desplazamiento total.

$$\Delta x_1 = 4 - 0 = 4\text{m}$$

$$\Delta x_2 = 0 - 0 = 0\text{m}$$

$$\Delta x_3 = 10 - 4 = 6\text{m}$$

$$\Delta x_4 = 0 - 10 = -10\text{m}$$

$$\Delta x_5 = 0 - 0 = 0\text{m}$$

$$\Delta x_6 = -4 - 0 = -4\text{m}$$

$$\Delta x_t = 10 - 10 - 4 = -4\text{m}$$

Hallar el desplazamiento total.

$$x_1 = |4\text{m}| = 4\text{m}$$

$$x_2 = |0\text{m}| = 0\text{m}$$

$$x_3 = |6\text{m}| = 6\text{m}$$

$$x_4 = |-10\text{m}| = 10\text{m}$$

$$x_5 = |0\text{m}| = 0\text{m}$$

$$x_6 = |-4| = 4\text{m}$$

$$x_t = 24\text{m}$$

Nota: el desplazamiento total se puede calcular en forma directa restando del valor final (-4) el valor inicial (0)

$$\Delta x_t = -4 - (0) = -4\text{metros}$$

Velocidad media en todo intervalo.

$$V_m = \frac{-4\text{m}}{14\text{seg}} = \frac{-2}{7} \text{ m/s}$$

Rapidez en todo el intervalo.

$$V = \frac{24\text{m}}{14\text{seg}} = \frac{12}{7} \text{ m/s}$$

1.6.5. Sistemas de unidades

En los conceptos anteriores aparecen magnitudes fundamentales como longitud y tiempo. A estas magnitudes le corresponden unidades. Las básicas: Metro y Segundo, cuyos símbolos son 'm' y 's', éstas hacen parte del llamado sistema internacional de unidades (SI).

1.6.6. Magnitudes proporcionales

El estudio de las magnitudes proporcionales, es básico en el estudio de la física. Se dice que Y es directamente proporcional a X. Si se cumple:

(a) $\frac{y}{x} = R$
R = constante

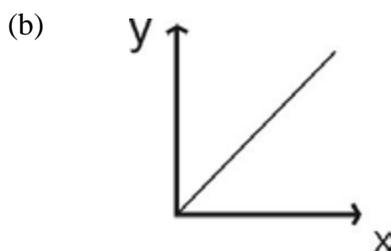


Figura 1.6.8 Magnitudes proporcionales en plano xy

Se dice que Y es inversamente proporcional a X si se cumple:

(a) $y \cdot x = R$

(b)

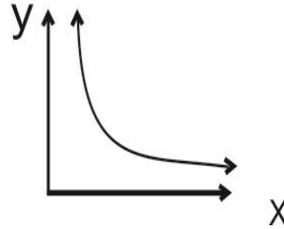


Figura 1.6.9 Magnitudes proporcionales en plano xy

1.6.7. Movimiento uniforme

Es el movimiento más simple que existe en la naturaleza, en este movimiento se cumple: “El espacio recorrido es directamente proporcional al tiempo, dando una constante llamada velocidad” ($x = \text{espacio}$ $v = \text{velocidad}$).

Si “x directamente proporcional a t” se tiene:

$$\frac{x}{t} = v \quad \text{despejando} \quad x = v \cdot t$$

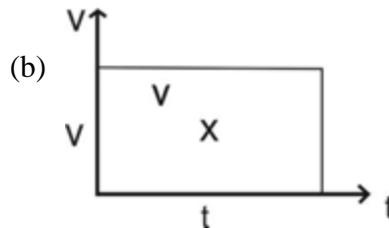
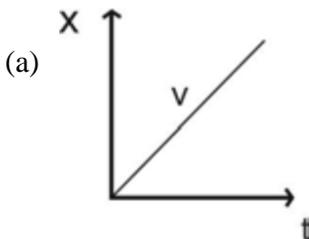


Figura. 1.6.10 a) (x-t) Desplazamiento contra tiempo b) (v-t) la velocidad es constante

Conclusión básica

- a) En un gráfico (x-t) la pendiente representa la velocidad
- b) En un gráfico (v-t) el área representa el espacio.
- c) La relación $x = v \cdot t + x_0$ es lineal.

1.6.8. Movimiento con velocidad variable

En la práctica es raro que un cuerpo posea un movimiento uniforme. La aceleración está relacionada con los cambios de velocidad. Que en este movimiento se cumple.

“La velocidad es directamente proporcional al tiempo, dando una constante llamada aceleración”

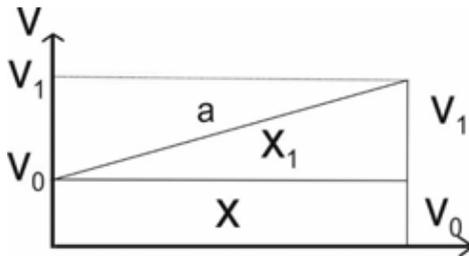
V directamente proporcional al tiempo t

$$(1) \frac{\Delta v}{t} = a \quad \text{Recuerde: } \Delta V = V_f - V_0 \quad \text{entonces } a = \frac{V_f - V_0}{t}$$

Por lo cual, se define aceleración como el cambio de velocidad en la unidad de tiempo.

(2) Gráficamente:

Ecuaciones



$$V_f = V_0 + at \quad 1.15$$

$$X = V_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad 1.16$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a \cdot x \quad 1.17$$

Figura 1.6.11 Gráfica del Tiempo contra la velocidad

Conclusión:

- En un gráfico (v - t) la pendiente representa la aceleración.
- En un gráfico (v - t) el área representa el espacio.
- La aceleración es constante

1.6.9. Ejercicios de aplicación

- Un móvil parte del reposo y acelera a razón de 4 m/s^2 durante 10 Segundos; hallar:
 - Velocidad final
 - Espacio que recorre

(1) Gráficamente:

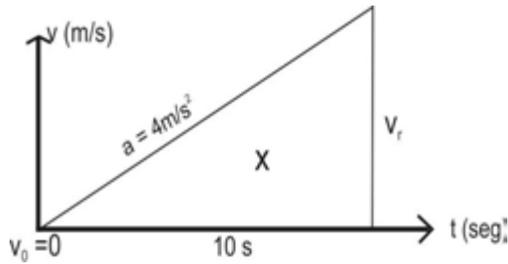


Figura 1.6.12 Tiempo vs velocidad

$$a = \frac{V_f - V_0}{t} \qquad X = \text{area} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$\frac{4\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{V_f - 0}{10\text{s}} \qquad X = 10\text{s} \cdot 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_f = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad X = \frac{400}{2} \text{ m}$$

$$X = 200 \text{ Metros}$$

2) Por ecuaciones

$$V_0 = 0 \qquad V_f = V_0 + at \qquad X = V_0 \cdot t + \frac{1}{2} at^2$$

$$a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \qquad V_f = 0 + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 10\text{s} \qquad X = 0(10) + \frac{1}{2} 4\text{m/s}^2(10\text{s})^2$$

$$t = 10\text{s} \qquad V_f = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad X = 0 + 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 100 \text{ s}^2$$

$$X = 200 \text{ Metros}$$

2) Un móvil parte de reposo y acelera a razón de $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ Recorriendo 100 metros.

Hallar

- a) velocidad final
- b) Tiempo empleado.

(1) Gráficamente:

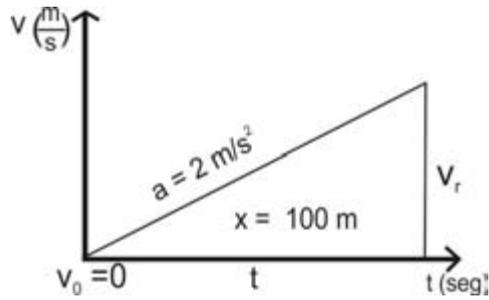


Figura 1.6.13 Tiempo Vs velocidad

$$a = \frac{V_f - V_0}{t}$$

$$X = \text{area} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$2 \frac{m}{s^2} = \frac{V_f - 0}{t}$$

$$100 m = \frac{t \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot t}{2}$$

$$V_f = \frac{2m}{s^2} t$$

$$200 m = \frac{2m}{s^2} t^2$$

$$V_f = \frac{2m}{s^2} \cdot 10s$$

$$\frac{200}{2} s^2 = t^2$$

$$V_f = 20 \frac{m}{s}$$

$$100 s^2 = t$$

$$10s = t$$

(2) Ecuaciones

$$V_0 = 0$$

$$V_f = V_0 + at$$

$$x = V_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$a = 2 m/s^2$$

$$V_f = 0 + 2mt/s^2$$

$$100m = 0 + \frac{1}{2} \frac{2mt^2}{s^2}$$

$$x = 100m$$

$$V_f = 2m \cdot 10s/s^2$$

$$100 s^2 = t^2$$

$$V_f = 20 mt/s$$

$$t = 10s$$

3) Un móvil con velocidad de 10m/s acelera a razón de 20m/s² durante 10 segundos.

Hallar:

- a) Velocidad final
- b) espacio

(1) Gráficamente:

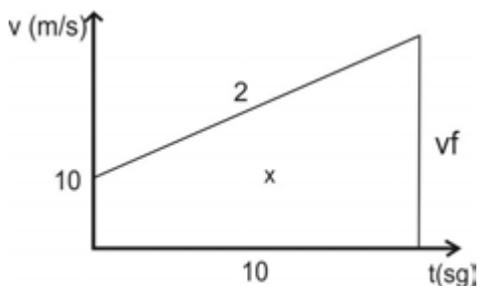


Figura 1.6.14 Tiempo vs Velocidad

$$a = \frac{V_f - V_o}{t}$$

$$\frac{2m}{s^2} = \frac{V_f - 10 \text{ m/s}}{10s}$$

$$20 \text{ m/s} = V_f - 10 \frac{m}{s}$$

$$V_f = 30 \frac{m}{s}$$

$$X = \text{Area (Trapezio)}$$

$$X = \frac{(V_f + 10) \cdot 10s}{2}$$

$$X = \frac{(80 + 10)m/s \cdot 10s}{2}$$

$$X = \frac{40 \cdot 10}{2} \text{ m}$$

$$X = 200 \text{ m}$$

(2) Por ecuaciones:

$$V_o = 10 \frac{m}{s}$$

$$a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$t = 10s$$

$$V_f = V_o + at$$

$$V_f = 10 \frac{m}{s} + 2 \frac{m}{s} \cdot 10s$$

$$x = V_o t + \frac{1}{2} at^2$$

$$x = 10 \frac{m}{s} \cdot 10s + \frac{1}{2} \left(2 \frac{m}{s} \right) 100s^2$$

$$V_f = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20$$

$$V_f = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = 100\text{m} + 100\text{m}$$

$$x = 200 \text{ metros}$$

1.7. Carga eléctrica

1.7.1. Fundamentos de la carga eléctrica

- La carga eléctrica es una propiedad intrínseca de algunas partículas elementales.
- Podemos decir que todos los cuerpos de la naturaleza pueden electrizarse, es decir, adquirir carga eléctrica.
- La existencia de la carga eléctrica se manifiesta en que el cuerpo cargado interacciona con otros cuerpos también cargados.
- Hay dos tipos de cargas eléctricas, llamadas convencionalmente positivas y negativas.
- Las cargas del mismo signo se repelen y las de signos distintos se atraen.
- La carga de todas las partículas elementales (si no es nula) es igual en magnitud absoluta y se llama *carga elemental*.
- La carga elemental positiva se designa por $|e|$.
- Al número de partículas elementales pertenecen, en particular, el electrón (portador de la carga negativa $-|e|$), el protón (portador de la carga positiva $+|e|$) y el neutrón (cuya carga es cero). De estas partículas están formados los átomos y moléculas de todo cuerpo, por lo que las cargas eléctricas entran en la composición de todos los cuerpos. De ordinario, las partículas portadoras de cargas distintas están presentes en el cuerpo en cantidades iguales y distribuidas en igual densidad. En este caso, la suma algebraica de las cargas en cualquier volumen elemental del cuerpo es igual a cero y cada uno de estos volúmenes (y el cuerpo en conjunto) será neutro. Si por un procedimiento cualquiera se crea en el cuerpo un exceso de partículas de un signo (y, respectivamente, un defecto de partículas del otro signo), el cuerpo resultará cargado. También se puede, sin cambiar el número total de partículas positivas y negativas, provocar una redistribución de ellas tal, que en una parte del cuerpo se produzca un exceso de cargas de un signo y en la otra, de otro signo.

1.7.2. Cuantización de la carga

En los siglos XVII y XVIII se consideraba que tanto la carga eléctrica como la materia ordinaria eran continuas. Sin embargo, en el siglo XIX, las reglas que regulan las combinaciones químicas de los elementos proporcionaron una base muy sólida para la idea de que la materia está formada por átomos. La evidencia química también sugería que las moléculas se disocian en iones, cada uno de los cuales lleva una carga fija que es un múltiplo de alguna cantidad básica de carga. Los experimentos posteriores confirmaron estas observaciones. En 1909, *Robert Andrews Millikan* (1868-1953) confirmó experimentalmente que la carga eléctrica siempre se presenta como múltiplo entero de cierta cantidad fundamental de carga $|e|$. En términos actuales, se dice que la carga q está cuantizada, donde q es el símbolo estándar utilizado para la carga. En el experimento de Millikan se encontró que la unidad fundamental de carga es:

$$|e| = 1.602 \times 10^{-19} \text{C} \quad 1.18$$

Cualquier carga q debe ser un múltiplo entero de esta unidad fundamental. Esto es, $q = 0, \pm e, \pm 2e, \pm 3e, \text{etc.}$

$$q = N|e|, \text{ para todo } N \in \mathbb{Z} \quad 1.19$$

Ninguna unidad de carga más pequeña se ha detectado como una carga libre; sin embargo, se ha probado la existencia de partículas llamadas quarks que tienen carga $\pm|e|/3$ y $\pm 2|e|/3$. Aunque hay pruebas experimentales de tales partículas dentro de la materia nuclear, las colisiones en las que intervienen protones o neutrones a las máximas energías disponibles de los aceleradores no han podido hasta ahora demostrar la existencia de un quark *libre*. Esto significa que $|e|$ es la carga *aislada* más pequeña que se conoce en la naturaleza. Los quarks están ligados tan fuertemente en los protones y en los neutrones que la energía disponible es incapaz de liberar a uno. Por otra parte, se ha propuesto que los quarks se hallan probablemente sujetos a leyes que gobiernan su comportamiento para existir únicamente en combinaciones que den cargas eléctricas en unidades de $|e|$; tal es la teoría de la fuerza de color, que está más allá de los alcances de estos apuntes. Todavía no es claro por qué es imposible observar quarks libres.

1.8. Campo eléctrico

La electricidad está hoy tan arraigada que apenas le prestamos atención. Sin embargo, hace un siglo, el alumbrado eléctrico era escaso y no existían estufas eléctricas, motores, radios, televisores ni computadoras. Aunque el uso práctico de la electricidad se desarrolló fundamentalmente en el siglo XX, su estudio tiene una larga historia. Las primeras observaciones de la atracción eléctrica fueron realizadas por los antiguos griegos. Estos observaron que al frotar el ámbar, éste atraía pequeños objetos como pajitas o plumas. La palabra “eléctrico” procede del vocablo griego asignado al ámbar, *elektron*.

1.8.1. Interacción gravitacional.

Esta interacción fue la primera conocida y usualmente se discute en términos de las fuerzas entre objetos macroscópicos o en términos de la relatividad general. Ciertamente opera a nivel de las partículas atómicas y subatómicas, pero ahí es tan débil que, si están presentes otras fuerzas, es sobrepasada y se vuelve indetectable. Su tremendo efecto sobre los niveles macroscópico y astronómico se debe al vasto número de partículas elementales necesarias para formar un cuerpo de masa apreciable, por ejemplo, la Tierra o una estrella. La intensidad de la interacción gravitacional se expresa comúnmente en términos de la constante gravitacional de Cavendish:

$$G = 6.7 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{Kg}^2 \quad 1.20$$

Todas las interacciones tienen su origen en alguna propiedad física de la materia; la interacción gravitacional se debe a la existencia de la *masa* en los cuerpos (o de su energía). Esta interacción afecta a todo cuerpo material y no es posible sustraerse a su acción; es una interacción siempre atractiva, cuya intensidad, comparada con la de las otras interacciones, es débil; sin embargo, su acción se extiende a distancias extremadamente grandes en el Universo. La interacción gravitacional está descrita por la Ley de la gravitación universal de Newton:

$$\vec{F} = G \frac{mM}{r^2} \vec{r} \quad 1.21$$

Donde r representa la distancia que separa los centros de masas cuerpos de masas m y M respectivamente.

1.8.2. Interacción Electromagnética.

Es la que se presenta entre cuerpos que poseen la propiedad de la materia llamada carga; estos cuerpos pueden estar en reposo o movimiento. El campo electromagnético está caracterizado por una partícula denominada fotón. Esta interacción es responsable de un asombroso rango de fenómenos comunes en el mundo observable, por ejemplo, las reacciones químicas y las fuerzas de rozamiento.

$$F_i = k \sum_{j=1}^n \frac{q_i q_j}{r_{ij}^2} \vec{r}_{ij} \quad 1.22$$

1.8.3. Ley de Coulomb

A Charles Coulomb se le atribuye haber determinado la ley de fuerzas que gobierna a las cargas electrostáticas, debido a que descubrió esta ley de forma experimental. Lo realizó en 1785, casi exactamente 100 años después de que Newton había publicado su ley de gravitación universal. En aquellos días no había una unidad de carga ni un significado confiable para medirla. De manera intrépida, Coulomb proyectó un esquema simple para asignar un valor al tamaño de las cargas. Cargó una pequeña esfera cubierta con oro y la puso en contacto con otra esfera idéntica pero descargada. Si q es la carga original, por simetría cada esfera adquiere una carga $q/2$. Al repetir este procedimiento pudo obtener varias fracciones de q .

Para medir la fuerza utilizó una balanza de torsión semejante a una pesa compuesta de una pequeña esfera metálica cargada y un contrapeso, todo suspendido de un hilo de seda.

Cuando otra esfera cargada se acercó a la que estaba suspendida, la fuerza entre ellas pudo determinarse por el ángulo de torsión. Coulomb encontró que, para cargas fijas, q_1 y q_2 , la fuerza entre éstas varía como el inverso del cuadrado de su separación r ; esto es, $F \propto 1/r^2$. Para una separación fija, la fuerza es proporcional al producto de las cargas; esto es, $F \propto q_1 q_2$. La fuerza es atractiva si las cargas son de signo opuesto y repulsiva si las cargas tienen el mismo signo, además la fuerza actúa a lo largo de la línea que une las cargas. Estos resultados se combinan para formar la ley de Coulomb entre dos cargas puntuales:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad 1.23$$

Donde k es una constante cuyo valor depende del sistema de unidades. En unidades SI, su valor aproximado es de

$$k = 8.98755 \times 10^9 \text{ C}^{-2} \simeq 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \quad .1.24$$

Esta constante con frecuencia se escribe en la forma

$$k = 1/4\pi\epsilon_0 \quad 1.25$$

Donde ϵ_0 recibe el nombre de permitividad eléctrica del vacío, cuyo valor es:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2 \quad 1.26$$

Hay algunos aspectos importantes que destacar en la ley de Coulomb:

- La ecuación 1.23 generalmente se cumple solo para objetos cargados cuyas dimensiones sean mucho menores que la distancia entre ellos. Esto quiere decir que las cargas son puntuales.
- La fuerza electrostática es una fuerza central (está dirigida a lo largo de la línea que une las partículas) y esféricamente simétrica (sólo función de r).
- La ley de Coulomb se aplica a cargas en reposo o con movimiento relativo a bajas velocidades.

En general, podríamos enunciar la ley de Coulomb así:

La interacción eléctrica entre dos partículas cargadas en reposo, o con un movimiento relativo a bajas velocidades, es proporcional al producto de sus cargas y al inverso del cuadrado de la distancia entre ellas, y su dirección se halla a lo largo de la línea que une las dos cargas.

1.9. Hipótesis y variables de estudio

1.9.1. Hipótesis.

Los postulados y propuestas de la enseñanza problémica, aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física, podrían permitirle al estudiante de física, lograr un mayor rendimiento académico que el obtenido con la enseñanza tradicional.

1.9.2. Variables de estudio.

1.9.2.1. La enseñanza problémica aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física.

Definición conceptual

Esta variable estudia y profundiza el conocimiento teórico-práctico de la Cinemática y los Modelos Cinemáticos avanzados, a través de la organización de situaciones problémicas; planteamiento de problemas con acciones de competencias interpretativas, argumentativas y propositivas; ayuda a los estudiantes para resolver dichos problemas; verificación de la solución y dirección del proceso de sistematización y fijación de los conocimientos adquiridos.

En cuanto al papel del alumno en el proceso de enseñanza y la adquisición de conocimientos, esta estrategia se considera como la actividad del docente encaminada a la creación de un sistema de situaciones problémicas con acciones de Competencias Básicas, a la exposición, explicación y dirección de la actividad de los alumnos en la asimilación de conocimientos nuevos, tanto en forma de conclusiones ya preparadas como el planteamiento independiente de problemas docentes y su solución. Cuevas (1973; 16), integra varios factores al plantear que "consiste en que en el proceso de solución creadora por los estudiantes de problemas con acciones de Competencias Básicas en la construcción de modelos en física, se producen la asimilación creadora de los conocimientos y habilidades, de la formación de una personalidad activa altamente desarrollada y consciente.

Bravo, (1997; 17) afirma que la Enseñanza Problémica "postula una conexión entre investigación y enseñanza en la dialéctica concreta, cuya lógica real de la

producción del conocimiento puede ser conocida y apropiada a partir de la determinación de la contradicción dialéctica" y de acuerdo a diversas tendencias, la actividad docente de los alumnos encaminada a la asimilación de conocimientos que explican el desarrollo del conocimiento y la cultura como algo no acabado, definitiva y totalmente coherente.

Por consiguiente, su esencia consiste en que "los alumnos no reciban el material de estudio en forma preparada, sino que, mediante la búsqueda activa, interpretativa, argumentativa y propositiva, logren desarrollar sólidos conocimientos que constituyan un sistema generalizado, que sea asimilado en forma tal que les permita su utilización en la práctica. García (1990; 10).

Medina (1997; 105) define que las situaciones problémicas que tienen significado para los jóvenes las constituyen básicamente su vida cotidiana y los problemas de su entorno social. También considera esta estrategia como un proceso de conocimiento que se formula problemas cognoscitivos y prácticos, utilizando distintos métodos y técnicas de enseñanza.

En la variable la Enseñanza Problémica aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física, se ha considerado como dimensión la estructura didáctica de la Enseñanza Problémica, como estrategia de aprendizaje y el contenido programático del estudio de la Cinemática.

Se considera el grado de acierto en las respuestas del pre-test y post-test en el indicador contenido teórico-práctico de la asignatura Física I para comparar el nivel de logros de los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo experimental con respecto al grupo de control antes y después de aplicada la estrategia, para determinar los progresos en la adquisición del conocimiento en el estudio de la Cinemática y verificar el cambio de actitud y habilidades del estudiante para la preparación en la resolución de situaciones de la vida cotidiana. "Aunque muchas dimensiones de las competencias, en especial las que se vinculan más directamente con situaciones de la vida cotidiana, pueden ser tratadas desde la familia o desde las instituciones que ejercen funciones educativas, la escuela seguirá siendo fundamental al respecto y de forma especial para los alumnos que pertenezcan a medios familiares y sociales de privado". Sarramona, J. (2004; 16).

1.9.2.2. Logro en la resolución de problemas, fundamentados en la construcción de modelos matemáticos para la física.

Definición conceptual

La resolución de problemas inicia con la interpretación de enunciados, cuadros y gráficos, seguida de la actitud general de tener hábito de corrección de posibles errores de cálculo, análisis y solución de situaciones de la vida cotidiana.

Resolver un problema es solucionar la dificultad de una situación que se debe superar mediante un camino adecuado y un pensamiento lógico y racional que ayude a diferenciar conceptos en la ciencia para superar la propia dialéctica del problema.

Ortiz (2004; 10) afirma que, si la enseñanza se desarrolla en un amplio contexto de contradicciones internas y externas, es necesario entonces construir una concepción de la enseñanza capaz de penetrar en la esencia de los procesos educativos, desarrollar el pensamiento, el conocimiento mediante la dinámica que genera las contradicciones para la comprensibilidad y la asimilación del mundo.

Las Competencias Básicas vinculadas a la construcción de modelos matemáticos en física de la vida cotidiana logra en los procesos educativos un sentido de utilidad vital y a la resolución de problemas, manera que ayuda a romper el aislamiento de la escuela respecto a su entorno social y a que los alumnos advierten la necesidad de la formación para la vida diaria y que puedan mejorar la motivación por el aprendizaje.

Majmutov (1983; 159) concibe al alumno como un ente activo, por lo que debe realizar una actividad para poder apropiarse del conocimiento y con ello desarrollar su intelecto. Plantea que el estudiante se apropie del conocimiento lógico en la solución de un problema determinado, para ello, parte de no brindar el conocimiento ya fabricado, sino que el docente se centre en reflejar las contradicciones del fenómeno estudiado, en forma de problema, crea una situación problémica, con el fin de que el estudiante se sienta motivado a darle solución y se apropie del conocimiento y de los métodos del pensamiento científico.

Definición operacional

La variable, logro en la resolución de problemas de Física I, tiene en su dimensión los procesos básicos asociados a la resolución de problemas en la Enseñanza Problémica, dentro de lo cual se tienen como indicadores: la observación, la abstracción, la identificación, la comparación, la clasificación de la información, la transformación, la interpretación de datos, la búsqueda, la formulación de hipótesis, la determinación de causas, la valoración, la comunicación, la experimentación, la construcción y la respuesta.

La medición de esta variable se inicia en el momento de impartir en clases, la estrategia de la Enseñanza Problémica aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física, teniendo en cuenta el desarrollo de los diferentes procesos básicos de esta estrategia mediante la formulación de tareas, preguntas problémicas y situaciones problémicas de la vida cotidiana, cuya solución se encamine al desarrollo intelectual del estudiante y la verificación de superación en las dificultades planteadas en cada problema.

Teniendo en cuenta las particularidades al formular las tareas y preguntas problémicas, el docente observa la actuación del alumno en cada instante de la clase y al final aplica una evaluación fundamentada en la construcción de modelos matemáticos en física, para medir la capacidad de resolución de problemas en esta asignatura.

1.9.2.3. Rendimiento académico

Definición conceptual

La actitud del estudiante ante el conocimiento y su aprendizaje está condicionada por la valoración que él haga de su rendimiento y del propio conocimiento. Ortiz (2004; 71). El estudiante necesita darse cuenta de que sólo puede aprender mediante un buen rendimiento y si lo hace por sí mismo y/o con la ayuda de otras personas; y que desarrollan habilidades y competencias en la medida en que se impliquen a sí mismo, activa y voluntariamente en el proceso pedagógico.

El rendimiento académico es el resultado de las mediciones o valoraciones de los logros alcanzadas por estudiantes en el proceso enseñanza-aprendizaje

también se define como "el status del alumno con respecto a las actividades y los conocimientos adquiridos en comparación con otros alumnos". Peña, A. (1990; 18-19).

León, N (1990; 19-20). El rendimiento académico es "el resultado de las evaluaciones consistentes realizadas por los alumnos en tiempo delimitado, al igual que en el cumplimiento de las tareas problémicas definidas y controladas por el docente"; el alumno rinde cuando es productivo y ha logrado el conocimiento, donde organiza estructuras mentales que le permiten resolver problemas, adoptar nuevas conductas en situaciones cambiantes.

El rendimiento académico como proceso pedagógico es fundamental para el desarrollo del currículo de acuerdo a la determinación de objetivos, estrategias instrucciones y estrategias de evaluación.

En el proceso de enseñanza aprendizaje, la evaluación y la calificación constituyen un punto referente, que orienta al docente a verificar que se han logrado los objetivos propuestos en dicho proceso.

Definición operacional

La variable rendimiento académico tiene como dimensión el control, la valoración y las influencias que tienen las calificaciones en los estudiantes al realizar las pruebas en la unidad sobre el estudio de la Cinemática. Los indicadores son las mismas calificaciones tomadas durante el desarrollo del proceso e involucra como subindicador el número de alumnos aprobados, aplazados y desertores. También, la comparación de las puntuaciones experimental es otro indicador.

Después de aplicada la Enseñanza Problémica aplicada a la construcción de modelos en física, al grupo experimental se procedió a medir esta variable mediante la aplicación de un post-test al grupo control y experimental para determinar y valorar el rendimiento académico de un grupo con respecto al otro y entre sí mismos.

SEGUNDA PARTE

Una aplicación teórico-práctica de la construcción de Modelos Matemáticos para la Física



Foto tomada en el Laboratorio de Física de Uniguajira, 17/03/2016

2. CONSTRUCCIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS O ECUACIONES MATEMÁTICAS EN LA CIENCIA FÍSICA (FÍSICA MECÁNICA)

2.1. Análisis gráfico

El análisis gráfico permite determinar intuitivamente la relación sugerida entre dos o más variables estudiadas durante la ejecución de un experimento controlado en un laboratorio, a manera de redescubrimiento sobre las proporcionalidades que asocian o relacionan las cantidades experimentales objeto de estudio, presentadas como hipótesis que deben someterse a verificación para comprobar su validez.

En la realización de un experimento, quien o quienes la realizan, necesitan explorar cuidadosamente qué cantidades varían para identificar sin equivocarse las “variables”, así mismo deben identificar aquellas magnitudes físicas que cambian, o toman la forma de “variables fundamentales físicas”, del cómo se transforman o modifican; como se manifiesta tales variables, por qué se dan, igualmente quien las genera y de otra parte definir qué magnitudes podrían ser variables pero que durante alguna parte o durante todo el experimento toma un solo valor, cantidad que por las razones expuestas es considerada con el nombre de “parámetro”. A manera de inducción es recomendable desarrollar ejemplos previamente probados con sus respectivas tablas de datos experimentales procedentes de cosas reales.

Hay que establecer cuáles son los tipos de variables más frecuentes de encontrar en los experimentos o tablas de datos experimentales, por ejemplo aquellas cantidades provenientes de mediciones de: tiempo, longitud, área, superficie, masa, temperatura, intensidad de corriente, intensidad luminosa, cantidad de sustancia, velocidad, aceleración, fuerza, energía y muchas más.

Planificar el experimento con criterios claros, de tal suerte que para seleccionar el experimento en cuestión, debe procurarse que los equipos, instrumentos, herramientas, materiales y demás elementos estén en buenas

condiciones, suficientes y necesarias para la ejecución exitosa de la práctica experimental.

Para realizar el experimento, el estudiante luego de haber montado adecuadamente el equipo, inicia el estudio del fenómeno o de la práctica de laboratorio y toma medidas cuidadosamente de las variables X y Y, que consignara ordenadamente en tablas diseñadas y elaboradas previamente.

X (unidad de medida)	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X _n
Y (unidad de medida)	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇	Y ₈	Y ₉	Y ₁₀	Y _n

Tabla 2.1 Cuadro que contiene los posibles valores de la variable X y Y medidas durante la ejecución de un experimento

Los valores experimentales organizados en la tabla 2.1, se examinan para identificar, primero cuáles son las variables extremos (límite inferior y superior) y posteriormente entre sí, se encuentra que cada valor posterior es mayor que el anterior y si ese comportamiento se mantiene, se tendrá una variable que crece o “creciente”, de otra parte si cada valor posterior examinado es menor que el anterior y además se mantiene tal comportamiento en los demás valores, entonces se tendrá una variable “decreciente” o que decrece.

Posteriormente se evalúa ¿Cómo se comportan o cambian entre si las dos o más variables experimentales registradas y tabuladas?, es decir ¿cuándo crece una de las variables que le sucede a la otra? lo cual se expresa así:

Si $X \uparrow \rightarrow Y?$, de otra parte si X decrece entonces ¿qué le pasará a la variable Y? lo que tendrá la siguientes representación $X \downarrow \rightarrow Y?$

Si a través del examen preliminar se observa que cuando X crece, igualmente lo hace Y, más o menos en la misma proporción, lo cual se representara así: $X \uparrow$ y $Y \uparrow$, se presume entonces una proporcionalidad directa entre las variables, lo cual debe ser verificada o probada posteriormente, seguidamente se construye un sistema de coordenadas rectangulares o tridimensionales. En el

sistema de dos dimensiones con ejes perpendiculares entre si las variables X y Y se representa en el siguiente diagrama:

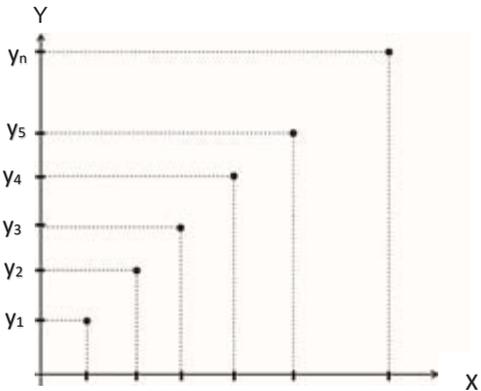


Figura 2.1 Primer cuadrante del diagrama cartesiano para marcar los puntos de las parejas ordenadas $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), (X_3, Y_3), \dots, (X_n, Y_n)$

Gráficas simples o complejas construidas con datos experimentales ocurren cuando han sido localizados los puntos en el plano, tomando todos los cuadrantes que se requieran, los cuales dan lugar a una gráfica que es una línea recta o curva constituida por los pares ordenados o puntos.

2.1.1. Funciones lineales, la línea recta

Al graficar los datos experimentales o pares ordenados en el plano cartesiano se pueden presentar diferentes líneas rectas interpretadas como la proporcionalidad directa entre las variables, las cuales se asocian con las siguientes expresiones, que acompañan las respectivas rectas de la figura 2.2:

- $Y=KX$ Ecuación de la línea recta que pasa por el origen. 2.1
 K= Constante de proporcionalidad.
- $Y=KX+b,$ Ecuación de la línea recta que corta al eje vertical Y 2.2
 positivo en el punto b.
- $Y=KX-b,$ Ecuación de la línea recta que corta al eje vertical Y 2.3
 negativo en el punto $-b$.
- $Y=-KX,$ Ecuación de la línea recta que corta a los dos ejes 2.4
 vertical X y Y.

El término $\pm b$ corresponde a la distancia desde el punto de corte de la recta experimental sobre la ordenada hasta el origen, el cual puede ser positivo o negativo, dando lugar a la ecuación general de la recta que tiene la forma: $Y=KX\pm b$.

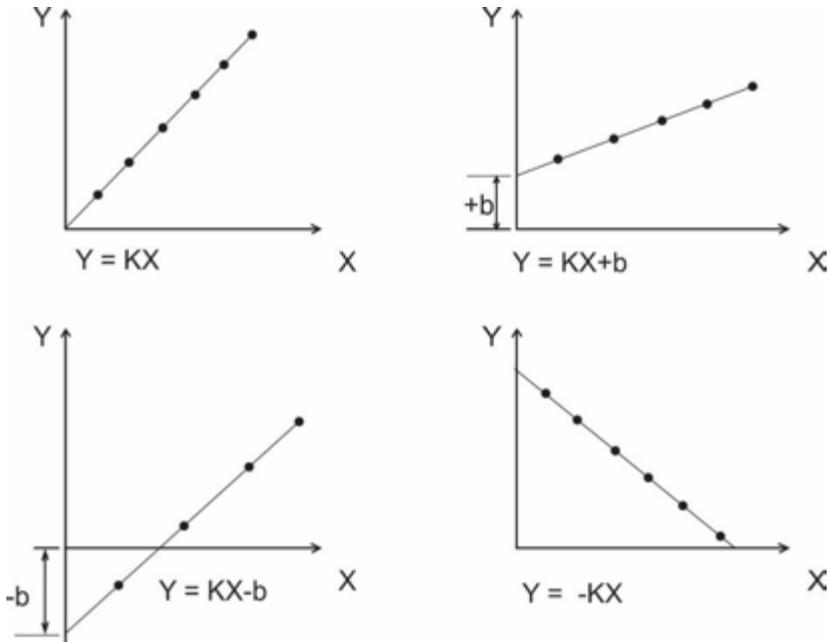


Figura 2.2 Diagrama cartesiano con puntos de parejas ordenadas que generan diferentes líneas rectas interpretadas como la proporcionalidad directa entre las variables.

De la ecuación $Y=KX$. Se desprenden las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto vale la constante K ?
- ¿Quién es y que representa la constante?
- ¿Qué papel juega o qué significa dentro de un experimento?

De la ecuación $Y=KX\pm b$, surge el interrogante ¿Quién es $\pm b$ y como debe interpretarse experimentalmente?

La respuesta a la pregunta (1) se obtiene calculando la pendiente de la recta, o tomando la tangente del ángulo formado por la recta graficada con la horizontal como se ilustra en la gráfica 2.3.

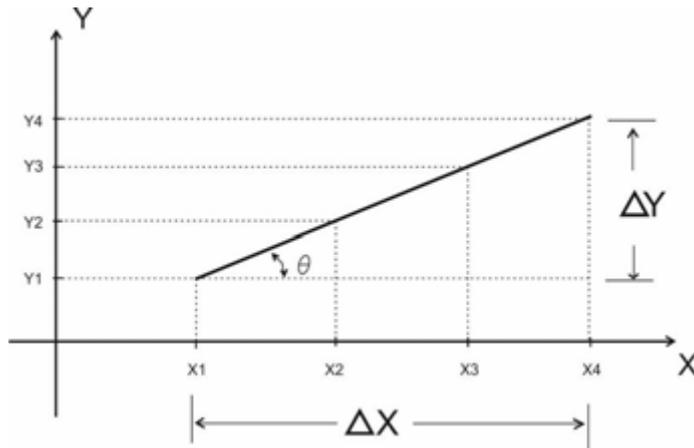


Figura 2.3 Gráfica que ilustra el método para determinar la pendiente de la recta experimental.

$$\tan \theta = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_4 - Y_1}{X_4 - X_1} = K \text{ constante} = \text{pendiente de la recta} \quad 2.5$$

Las respuestas a la pregunta 2, 3 y ¿Quién es $\pm b$?, están íntimamente ligados al experimento particular realizado, siendo normalmente condiciones iniciales del problema estudiado.

Ejercicio de aplicación a una función lineal, mediante acciones desarrolladas en el salón de clases.

1. Graficar los valores obtenidos en la siguiente tabla de la función lineal $Y=3X$ y explicar que información se puede inferir a partir de la gráfica.

Y=	0,0	3,0	6,3	12	-4,5	-9,0	-14,4	-21,9
X=	0,0	1,0	2,1	4,0	-1,5	-3,0	-4,8	-7,3

Tabla 2.2 Valores provenientes de la solución de la función lineal $Y=3X$.

Es claro que los valores que toma la variable X aquí son asignados arbitrariamente.

Al graficar estas variables en sendos ejes, perpendiculares entre sí, uno vertical para la variable Y y otro horizontal para la variable X.

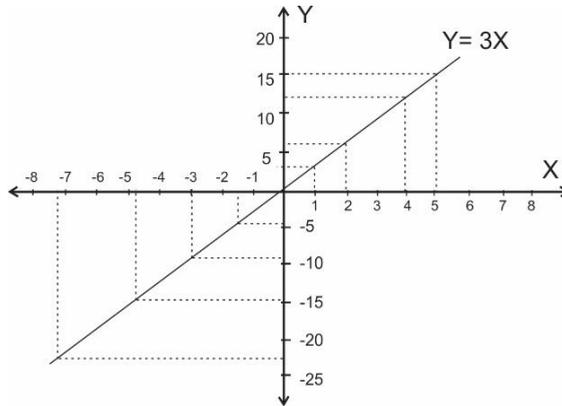


Figura 2.4 Grafica de la ecuación $Y=3X$.

Se observa una sucesión de puntos a derecha e izquierda del origen de las coordenadas dando lugar a una línea perfecta, cruza el mismo origen y se prolonga hasta donde uno lo requiera o lo desee.

A partir de la forma de la gráfica se puede inferir gran cantidad de información asociada con ella, por ejemplo, qué tipo de proporcionalidad se establece entre las variables, cuál es su pendiente, cómo calcular la ordenada al origen.

Matemáticamente: se empieza con la ecuación y a partir de ella se asignan valores a una de las variables para determinar la otra y con esos valores construir la gráfica respectiva, la cual resulta perfecta.

Éste es el camino usualmente seguido en las Matemáticas sin embargo, para la Ciencia Física se propone un camino casi equivalente pero transitado en forma inversa.

En Ciencias Básicas se parte del experimento, se miden, propiedades fenomenológicas, u otras cantidades, generando los datos experimentales que luego de tabulados y graficados sugieren la relación entre las variables para

finalmente construir las ecuaciones que modelan matemáticamente los fenómenos o eventos naturales.

2. Relación entre las longitudes (L) de una circunferencia y sus radios (R)

$L_c (10^{-2}m)$	0,0	61,5	85,1	99,1	106,5	126,4	144,0	157,0
$R (10^{-2}m)$	0,0	10,0	13,5	15,6	17,0	20,3	22,8	25,0

Tabla 2.3 Datos del experimento sugerido L y R

La tabla anterior contiene los pares ordenados de las medidas realizadas. Es evidente que los pares ordenados (0,0; 0,0); (10,0; 61,5); (13,5; 85,1)... ;(25,0; 157,0) muestran la tendencia a reproducir una línea recta no perfecta, de la cual razonablemente al experimentador le cabe establecer la siguiente hipótesis “la longitud de la circunferencia es directamente proporcional con el radio del círculo y su notación es $L_e \propto R$ ”. De la proporcionalidad encontrada se legitima la construcción de la ecuación.

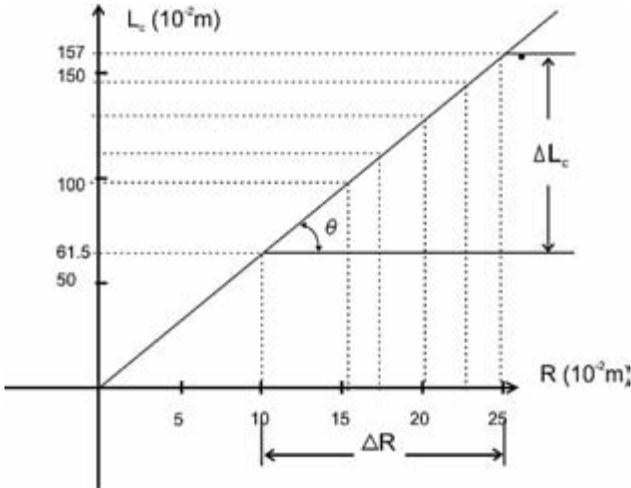


Figura 2.5 Puntos geométricos al graficar Lc contra R.

$$L_c = CteR$$

2.6

Lo cual se puede probar tomando puntos experimentales de la recta y proyectarlos perpendicularmente sobre los ejes respectivos para configurar nuevas parejas ordenados y evaluar si cumplen con la función hallada; lo anterior es un resultado natural de la proporcionalidad directa; ahora es preciso responder las preguntas ¿Cuánto vale la constante? ¿Quién es y que representa dicha constante?

El valor de la constante Cte, se determina mediante el cálculo de la pendiente, al tomar la tangente del ángulo Θ , formado entre la recta experimental y la horizontal conforme la figura 2.5. Así:

$$\text{Tan } \theta = \frac{\Delta L}{\Delta R} = \frac{L_2 - L_1}{R_2 - R_1} = \text{Cte}$$

Al reemplazar por las respectivas cantidades se tiene una Cte adimensional,

$$\text{Tan } \theta = \frac{(157-61,5) \times 10^{-2} \text{m}}{(25-10) \times 10^{-2} \text{m}} = 6,36 = \text{Cte}$$

Valor que conecta las variables L y R en la ecuación:

$$L_c = 6.36R, \quad 2\pi \Xi 6,36 \text{ por lo tanto el modelo matemático final es: } L_c = 2\pi R$$

3. Modelo matemático para determinar la masa de un grupo de estudiantes conociendo únicamente su altura o longitud.

m(Kg)	3	6	9	12	15	18	21	24
L(m)	0	1	2	3	4	5	6	7

Tabla 2.4 Valores de la masa y longitud.

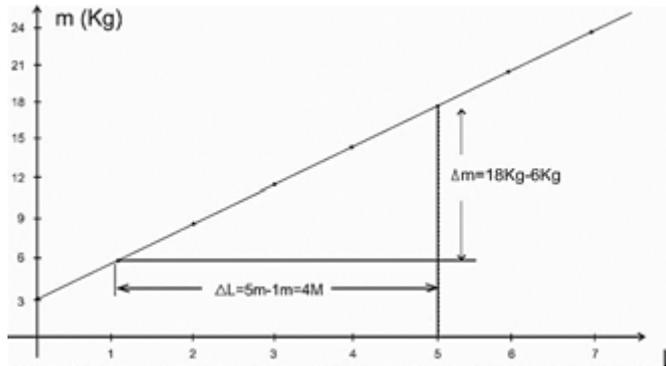


Figura 2.6 Grafica que presenta la masa (m) en función de longitud (L)

L = Variable independiente

$$K = \frac{m_2 - m_1}{L_2 - L_1} = \frac{18Kg - 6Kg}{5m - 1m} = \frac{12Kg}{4m} = 3Kg/m$$

La Pendiente

La ecuación de la recta es la forma $Y=KX+B$, donde la masa (m) está relacionado con el eje “Y”, la longitud (L) está relacionada con el eje “X” por lo tanto el modelo matemático queda construido de la forma; $m=KL+B$, en donde $B=3KG$ y $K=3Kg/m$, de esta forma el modelo para determinar la masa en un grupo de personas conociendo su estatura o longitud es:

$$m = (3Kg/m) \cdot (L) + 3Kg \quad 2.7$$

3. De acuerdo con la siguiente figura, en donde actúa una fuerza horizontal F_x sobre la masa de 8Kg; grafique la aceleración de la masa de 8Kg contra F_x y determine el modelo matemático que representa la gráfica

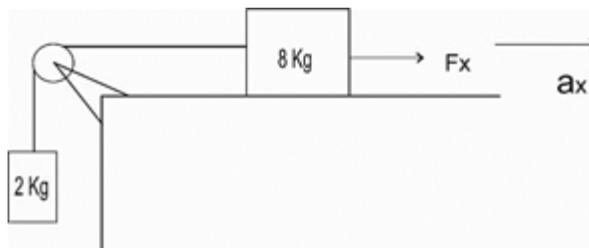


Figura 2.7 La fuerza horizontal F_x actúa sobre la masa de 8Kg

F_x (N)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
a_x (m/S ²)	-0.96	0.04	1.04	2.04	3.04	4.04	5.04	6.04	7.04	8.04

Tabla 2.5 Valores obtenidos experimentalmente de la fuerza F_x y la aceleración a_x

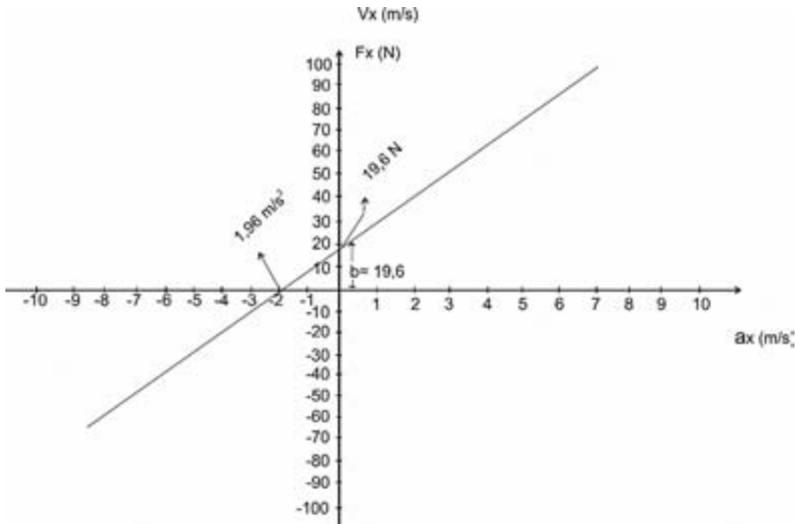


Figura 2.8 Grafica de la aceleración a_x contra la fuerza F_x

La grafica representa una línea recta que corta el eje Y o F_x en el punto $F_x = 19,6 \text{ N} = b$; por lo tanto, el modelo matemático es de la forma $F_x = K \cdot (a_x) + b = K \cdot (a_x) + 19,6 \text{ N}$; en donde la pendiente:

$$K = \frac{F_x \text{ final} - F_x \text{ inicial}}{a_x \text{ final} - a_x \text{ inicial}}$$

$$K = \frac{60 \text{ N} - 55 \text{ N}}{4,04 \text{ m/s}^2 - 3,54 \text{ m/s}^2} = 10 \text{ Kg}$$

$$K = 10 \text{ Kg}$$

Por lo tanto, el modelo matemático que representa la gráfica es:

$$F_x = (10 \text{ Kg}) \cdot (a_x) + 19,6 \text{ N} \quad 2.8$$

2.2. Funciones no lineales

El estudio de gráficas a partir de datos experimentales que sin ser reales reproducen algunas curvas familiares y que además son linealizables, pueden tratarse por medio de análisis gráfico con el empleo de la técnica de cambio de variable.

Hay un número considerable de fenómenos y leyes físicas que se expresan a través de funciones del tipo:

$$Y=Kx^n, \text{ donde "K" y "n" son constante reales positivas o negativas} \quad 2.9$$

Si en la ecuación anterior "n = 1" se regresa al caso de variables directamente proporcionales y cuando el valor de n es negativo se definen como variables inversamente proporcionales

Cuando n=2, se tiene entonces la funcione de la forma:

$$Y=Kx^2 \quad 2.10$$

La función representada por lo expresión anterior, al graficarla corresponde a una curva (la parábola) utilizada muy frecuente en la ciencia física.

2.2.1. Ejercicios de aplicación a funciones no lineales

1. En el instante en que el tiempo t=0, un leopardo ataca en línea recta a un antílope. Durante los primeros 2 segundos del ataque la coordenada X del leopardo varia con el tiempo de acurdo con los valores experimentales presentados en la siguiente tabla. Graficar dichos valores y construir la ecuación o modelo matemático que representa dicha gráfica.

t(s)	0	0.5	1	1.5	2.0
X(m)	200	21.25	25	31.25	40

Tabla 2.6 Valores del desplazamiento (X) y el tiempo (t) transcurrido

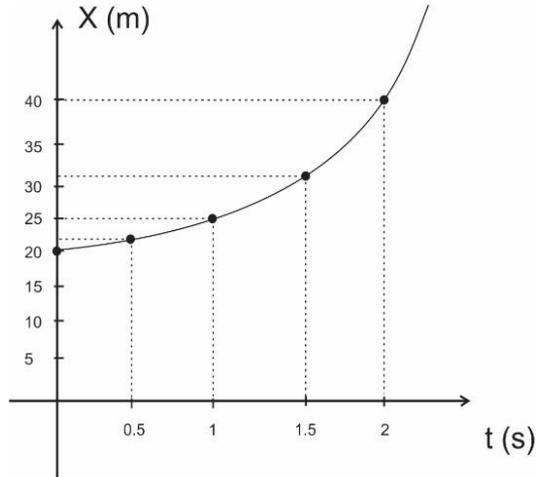


Figura 2.9 Gráfica del tiempo (t) contra el desplazamiento (X)

$t^2(s^2)$	0	0.25	1	2.25	4.0
$X(m)$	20	21.25	25	31.25	40

Tabla 2.7 Valores del tiempo al cuadrado (t^2) y el desplazamiento (X)

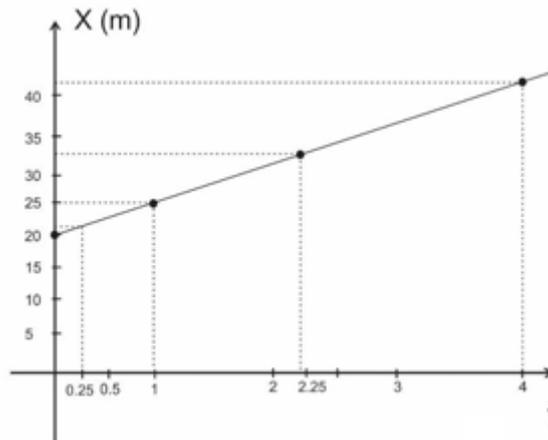


Figura 2.10 Gráfica de linealización de la curva, el tiempo al cuadrado (t^2) contra el desplazamiento (X)

De acuerdo con la figura la pendiente de la curva es:

$$K = \frac{X_{x \text{ final}} - X_{x \text{ inicial}}}{t^2_{\text{final}} - t^2_{\text{inicial}}}$$

$$K = \frac{40\text{m} - 25\text{m}}{4\text{s}^2 - 1\text{s}^2} = \frac{15\text{m}}{3\text{s}} = 5 \text{ m/s}$$

Por lo tanto el modelo matemático es de la forma $X=Kt^2+b$, donde $b=20\text{m}$, luego entonces el modelo que representa la gráfica es

$$X = 5(\text{m/s}^2)t^2 + 20 \text{ m} \tag{2.11}$$

2. Proporcionalidad entre la longitud (L) de un cuadrado y su área (S) graficar los valores de la siguiente tabla y construir la ecuación o modelo matemático que representa su gráfica.

S (m ²)	1	4	9	16	25	36	49
L (m)	1	2	3	4	5	6	7

Tabla 2.8 Valores para visualizar la relación entre variables no lineales que cumple con el caso con exponente $n=2$

La comparación analítica facilita ver que, un crecimiento de la variable S está acompañado de un crecimiento de la otra variable L aunque no en la misma proporción, porque se incrementa más rápidamente S que L; se denota así: $S \uparrow \uparrow$ mientras que $L \uparrow$.

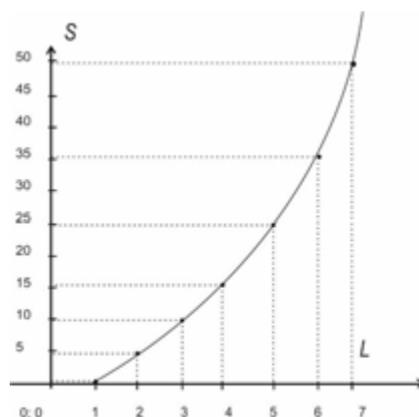


Figura 2.11 Gráfica de la parábola correspondiente a los valores de la tabla 2.8.

Cambiar la variable L, por L^2 para linealizar la curva

S (m ²)	1	4	9	16	25	36	49
L^2 (m ²)	1	4	9	16	25	36	49

Tabla 2.9 Nuevos valores de la variable L^2 correspondiente al cambio de variable

La gráfica de los datos de la tabla precedente muestra en la línea recta Figura 2.12.

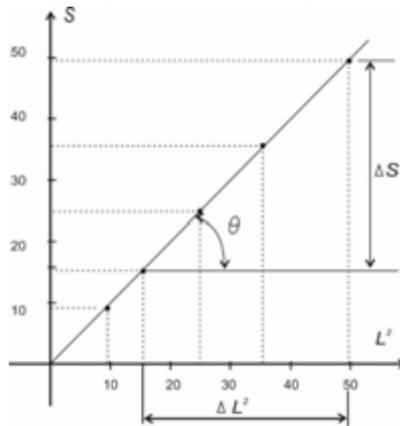


Figura 2.12 Gráfica de S en función con la nueva variable L^2 por cambio de variable.

Sigue ahora responder la pregunta obligada ¿Cuánto vale la constante? Y para ello se calcula la función tangente del ángulo Θ formado por la recta experimental con la horizontal, conforme a la figura 2.12 así:

$$\tan \Theta = \frac{\Delta S}{\Delta L^2} = \frac{S_{(\text{final})} - S_{(\text{inicial})}}{L^2_{(\text{final})} - L^2_{(\text{inicial})}} = \text{Cte.}$$

Remplazando los valores, se tiene:

$$\tan \Theta = \frac{(49 - 16)}{(7^2 - 4^2)} = \frac{33}{33} = \text{Cte. } 1$$

De donde se infiere que la constante de proporcionalidad toma el valor de la unidad y permite construir la ecuación o modelo matemático $S = 1L^2$

3. la siguiente tabla presenta los valores tomados en el laboratorio relacionado con el movimiento unidimensional, del desplazamiento (x) contra el tiempo (t). Graficar y construir la ecuación o modelo matemático que representa dicha gráfica.

t (s)	X (m)	t ² (s ²)
0	0	0
0.5	2.5	0.25
1	10	1
1.5	22.5	2.25
2	40	4
2.1	44.1	4.4
2.5	62.1	6.2
3	90	9
3.5	112.5	12.25
4	160	16
4.5	202.5	20.25
5	250	25

Tabla 2.10 Valores del desplazamiento (X) contra el tiempo (t) y (t²)

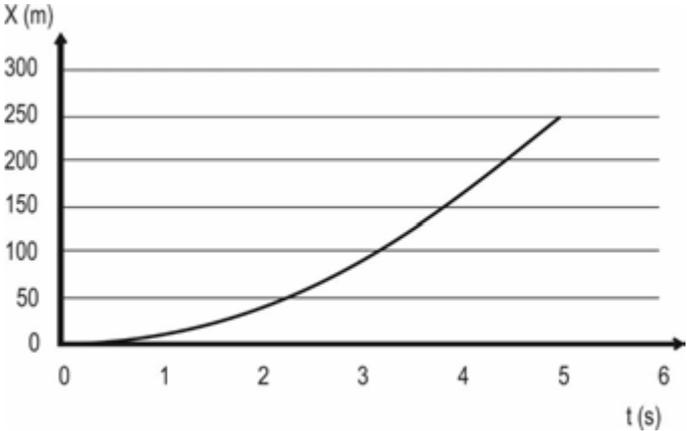


Figura 2.13 Gráfica de la parábola correspondiente a los valores de la tabla 2.10.

La figura 2.13 muestra la curva que representa el desplazamiento contra el tiempo.

La figura 2.14 muestra la recta que representa el desplazamiento contra el tiempo al cuadrado (t^2) y linealiza la curva de la figura 2.13.

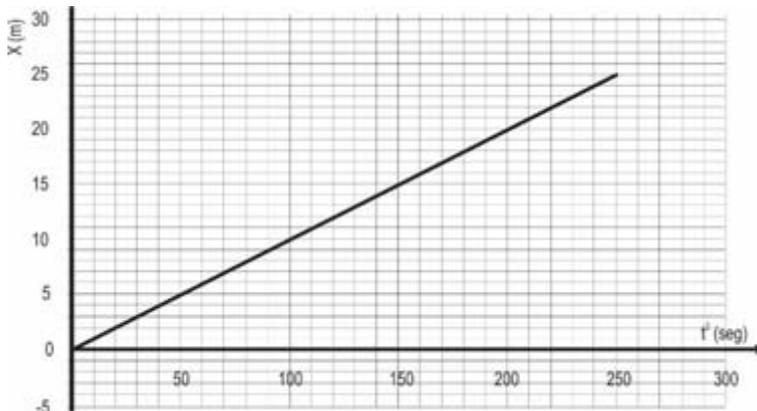


Figura 2.14 linealización de la curva de la figura 2.13.

De acuerdo con la figura 2.14 se tiene:

$$\text{La pendiente } K = \frac{\Delta X}{\Delta t^2} = \frac{(22.5 - 2.5)\text{m}}{(2.225 - 0.25)\text{S}^2}$$

$$\text{Entonces } K = \frac{20\text{m}}{2\text{S}^2} = 10\text{m/S}^2 \text{ Cte.}$$

La ecuación de la recta es de la forma: $X = Kt^2 + b$ donde $K = 10\text{m/S}^2$ Cte. Y $b = 0$ puesto que pasa por el origen, por lo tanto el modelo matemático que representa la gráfica en este experimento es:

$$X = (10\text{m/S}^2) t^2 \tag{2.12}$$

4. La siguiente tabla presenta los valores tomados en el laboratorio relacionado con el movimiento unidimensional, de la velocidad contra el tiempo. Graficar los valores y construir la ecuación o modelo matemático que representa dicha gráfica.

t	Vx	t ²
-4	-40	16
-3	-5	9
-2	20	4
-1	35	1
0	40	0
1	35	1
2	20	4
3	-5	9
4	-40	16

Tabla 2.11 Valores de la Velocidad (Vx) el tiempo (t) y (t²)

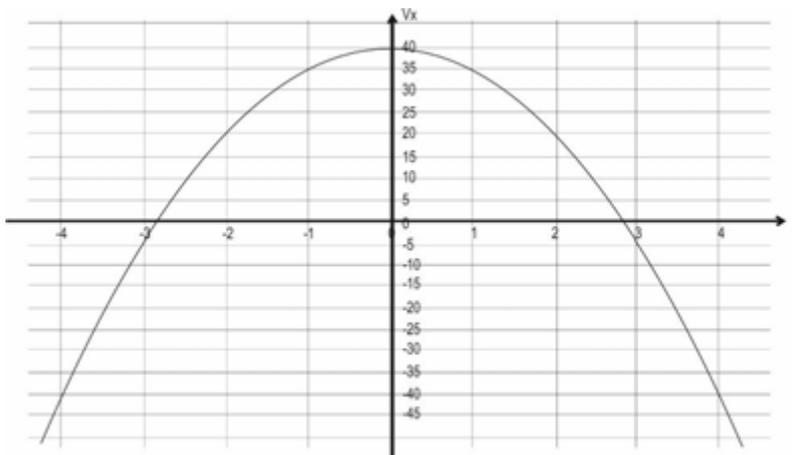


Figura 2.15 Gráfica de la curva correspondiente a los valores de la tabla 2.11.

La figura 2.15. Muestra la curva que representa la velocidad (Vx) contra el tiempo (t).

La siguiente figura 2.16. Muestra la recta que representa la velocidad (Vx) contra el tiempo al cuadrado (t²) y linealiza la curva de la figura 2.15.

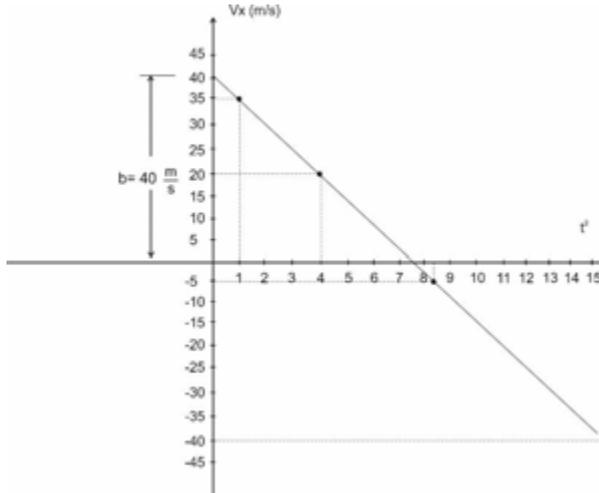


Figura 2.16 Linealización de la curva de la figura 2.15.

De acuerdo con la figura 2.16, la pendiente es:

$$K = \frac{\Delta V_x}{\Delta t^2} = \frac{(35-20)\text{m/s}}{(1-4)\text{S}^2} = \frac{15\text{m/s}}{-3\text{s}^2} = -5\text{m/s}^3$$

La ecuación de la recta es de la forma $V_x = Kt^2 + b$, donde $K = -5\text{m/s}^2$ y $b = 40\text{m/s}$, por lo tanto el modelo matemático que representa la gráfica es:

$$V_x = (-5\text{m/s}^2) t^2 + 40\text{m/s} \quad 2.13$$

5. Un auto se mueve hacia atrás y hacia adelante a lo largo de una línea recta considerada como eje x. De acuerdo con la siguiente tabla de valores de posición contra tiempo, graficar x contra t construir la ecuación o modelo matemático que representa la gráfica.

Posición del auto en varios tiempos		
Posición	t(seg)	x(m)
A	0	30
B	10	52
C	20	38
D	30	0
E	40	-37
F	50	-56

Tabla 2.12 Valores experimentales de posición (x) y el tiempo (t)

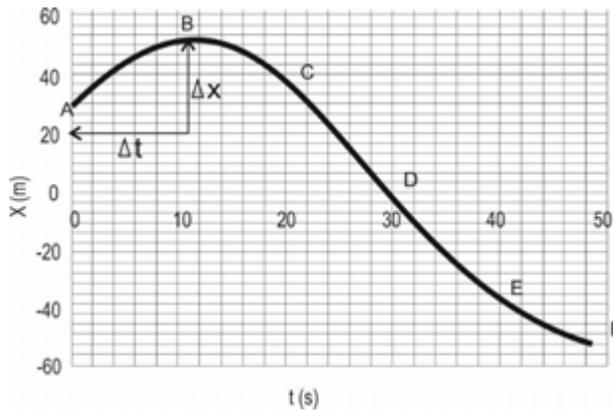


Figura 2.17 Gráfica de la curva correspondiente a los valores de la tabla 2.11.

Por método de mínimos cuadrados, hallemos la ecuación de la curva.

$$Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$$

En este caso sería

$$X = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 \tag{2.14}$$

Remplacemos el punto a (0, 30)

$$30 = a_0 + a_1(0) + a_2(0)^2$$

$$a_0 = 30$$

Remplacemos el punto B: (10, 52) en la ecuación (2.14)

$$52 = a_0 + a_1(10) + a_2(10)^2$$

$$52 = 30 + 10a_1 + 100a_2$$

$$22 = 10a_1 + 100a_2$$

Remplacemos el punto C: (20, 38)

$$X = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

$$38 = a_0 + a_1(20) + a_2(20)^2$$

$$38 = 30 + 20a_1 + 400a_2$$

$$38 = 20a_1 + 400a_2$$

$$a_1 = \frac{8 - 400a_2}{20} = \frac{2}{5} - 20a_2 \quad \text{Remplazo en 1}$$

$$22 = 10a_1 + 100a_2$$

$$22 = 10\left(\frac{2}{5} - 20a_2\right) + 100a_2$$

$$22=4-200a_2+100a_2$$

$$18=-100a_2$$

$$a_2=-0.18 \text{ pero } a_1=2/5 -20a_2$$

$$a_1=2/5 - 20(-0.18)$$

$$a_1= 2/5 + 18/5 = 4$$

La ecuación o modelo matemático de la curva posición – tiempo es

$$X=30+4t-0.18t^2$$

$$X=30+4t-9/50t^2 \qquad 2.15$$

6. Una partícula se mueve a lo largo del eje X, su coordenada x varía con el tiempo de acuerdo con la siguiente gráfica posición – tiempo, construir la ecuación o modelo matemático que representa dicha gráfica.

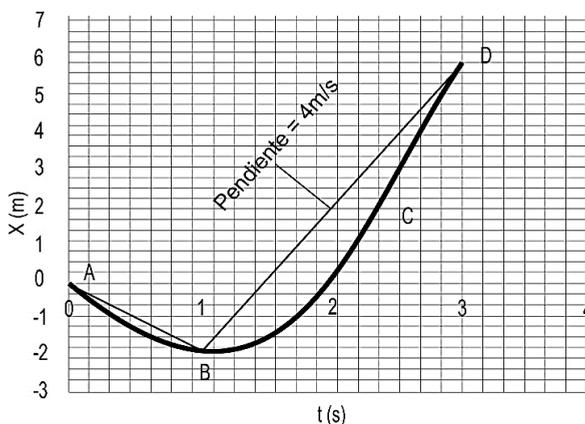


Figura 2.18 Grafica de desplazamiento (X) contra el tiempo (t).

Por método de mínimos cuadrados, hallemos la ecuación de la curva, de acuerdo con la ecuación 2.14.

$$X= a_0+a_1t+a_2t^2$$

Remplacemos el punto A (0, 0)

$$0= a_0+a_1(0)+a_2(0)^2$$

$$a_0= 0$$

Reemplacemos el punto B: (1, -2)

$$-2 = a_0 + a_1(1) + a_2(1)^2$$

$$-2 = a_1 + a_2 \text{ entonces } a_1 = -2 - a_2$$

Reemplacemos el punto D: (3, 6)

$$6 = a_0 + a_1(3) + a_2(3)^2$$

$$a_0 = 0$$

$$6 = 3a_1 + 9a_2$$

$$\text{Pero } a_1 = 2 - a_2$$

$$6 = 3(-2 - a_2) + 9a_2$$

$$6 = -6 - 3a_2 + 9a_2$$

$$12 = 6a_2$$

$$a_2 = 12/6 = 2$$

$$a_2 = 2$$

$$a_1 = -2 - a_2$$

$$a_1 = -2 - 2$$

$$a_1 = -4$$

La ecuación o modelo matemático de la gráfica posición tiempo de acuerdo con la ecuación 2.13 es:

$$X = a_0 + a_1t + a_2t^2$$

$$X = 0 + (-4)t + 2t^2$$

$$X = -4t + 2t^2 \qquad 2.16$$

2.3. Función inversa

Nuevamente en la ciencia matemática, una curva muy familiar y cuya función tiene la forma $Y = KX^{-1}$ o analógicamente $Y = K/X$.

Se asocia con la ecuación que caracteriza la gráfica de la figura 2.17. siendo de gran utilidad en la ciencia física dado que muchos eventos, fenómenos y leyes son descritos con ecuaciones que tienen la misma estructura, es decir la relación entre las variables naturales son inversamente proporcional y de otra parte en el uso del análisis gráfico al igual que en la proporcionalidad en potencias, pueden ser un paso intermedio para determinación de la forma final de la ecuación buscada.

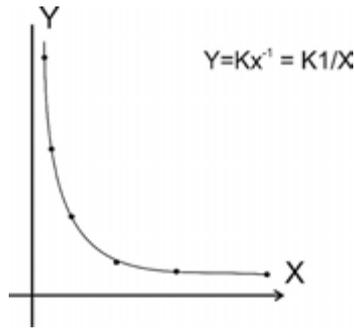


Figura 2.19 Gráfica de una parábola de ocurrencia frecuentes en matemáticas

2.3.1. Ejercicio de aplicación a una función inversa.

1. En la siguiente tabla (2.13) de valores experimentales de la intensidad de corriente (I) y la resistencia (R). Graficar los valores y construir la ecuación o modelo matemático que relaciona la intensidad de corriente y la resistencia.

I(mA)	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	15.0	20.0	30.0	40.0	50.0	70.0	85.0	100.0
R (Ω)	3440	1709	1133	830	670	446	328	210.3	162.6	131.8	91.7	76.2	63.5

Tabla 2.13 Valores experimentales de la intensidad de corriente y la resistencia

Solución

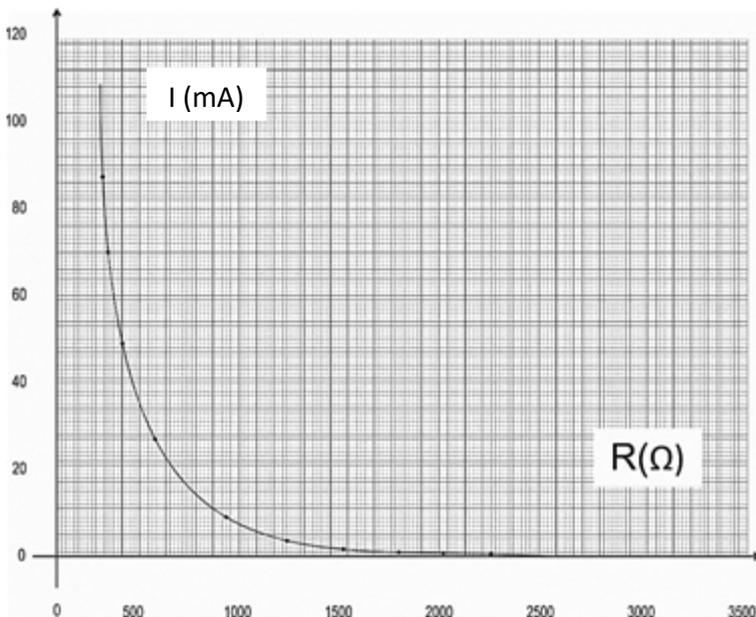


Figura 2.20 Curva experimental de I (mA) en función de R (Ω) con los datos de la tabla 2.13.

El resultado final luego de marcar todos los puntos experimentales muestra una hipérbola equilátera denotando que cuando crece la variable intensidad de corriente I entonces decrece la magnitud de la resistencia eléctrica R o en notación resumida cuando $I \uparrow = R \downarrow$; esta observación confirma la sospecha preliminar inferida de la evaluación directa de los valores, sobre el anterior cuadro de datos.

Lo anterior permite plantear la siguiente hipótesis “la intensidad de corriente I es inversamente proporcional a la resistencia eléctrica R ”, o en símbolos $I \propto 1/R$.

Para probar dicha hipótesis se sugiere un cambio solo en la variable resistencia es decir se tendrá otro juego de variable propuesta así:

I (mA) eje vertical y $1/R(1/\Omega)$ eje horizontal cuyos cálculos constituyen el nuevo conjunto de valores registrado en el cuadro siguiente.

$I(\text{mA})$	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	15.0	20.0	30.0	40.0	50.0	70.0	85.0	100.0
$\frac{10^{-4}}{R} \left(\frac{1}{\Omega} \right)$	2.91	5.85	8.83	12.04	14.93	22.42	30.48	47.55	61.50	75.87	109.05	131.23	157.5

Tabla 2.14 Datos generales por cambio de variable en la resistencia al tomar su inverso.

En la siguiente hoja de papel milimetrado se escoge para el eje vertical la intensidad de corriente I . mientras el inverso de la resistencia eléctrica R se ubica en el eje horizontal para marcar sus correspondientes valores, estos puntos muestran inequívocamente como tendencia una línea recta.

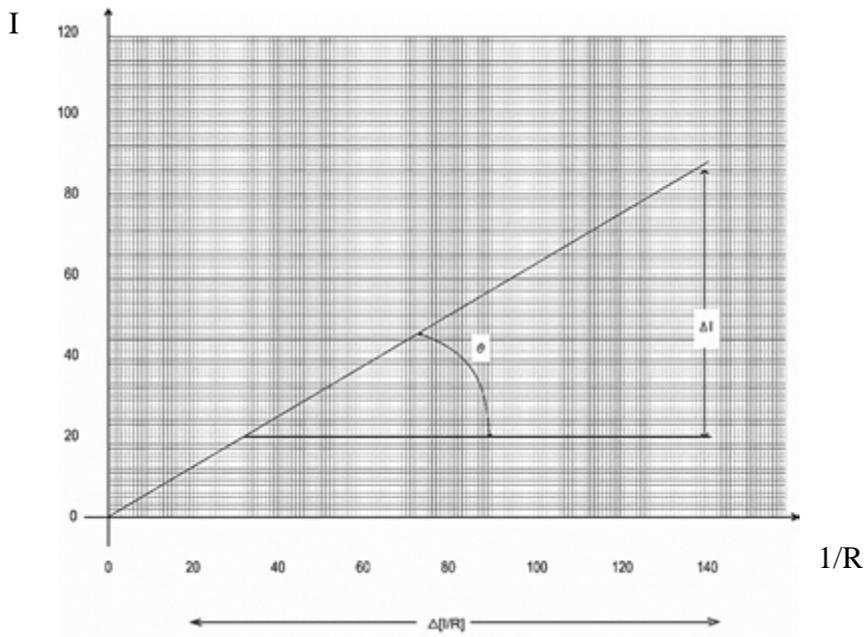


Figura 2.21 Nueva gráfica al linealizar la curva experimental I (mA) en función de R (Ω) por cambio de variable.

La gráfica 2.21. Es una línea recta que pasa por el origen por lo tanto el modelo matemático es de la forma:

$$I = K \cdot 1/R \quad 2.16$$

De la figura 2.21. Se obtiene

$$\tan \Theta = \frac{\Delta I}{\Delta(1/R)} = \frac{I_{\text{final}} - I_{\text{inicial}}}{(1/R)_{\text{final}} - (1/R)_{\text{inicial}}} = K.$$

Remplazando los valores correspondientes se tiene:

$$\tan \Theta = \frac{(100-15.0) \times 10^{-3} \text{ A}}{(157.48-22.42) \times 10^{-1} \Omega} = \frac{850 \text{ A}}{135.06 \Omega} = K = 6.29 \text{ V on} = V$$

Finalmente, el modelo que representa la gráfica es:

$$I = 6.29 \text{ Volt. } 1/R \quad \text{o} \quad I = V(1/R) \quad 2.17$$

2.4. Regresiones

El método de las regresiones es un recurso analítico adecuado para construir ecuaciones o modelos matemáticos en física, los cuales se utilizan para aproximar las relaciones de dependencia entre variables de un grupo de datos experimentales.

2.4.1. Regresión lineal

La regresión lineal o ajustes de curvas por mínimos cuadrados está asociada con la ecuación o modelo matemático que representa una línea recta a partir de un conjunto de datos experimentales, es decir llegar a una ecuación de la forma:

$$Y = F(x)$$

2.4.2. Ejercicios de aplicación a una regresión lineal.

1. La tabla 2.15 que presentamos a continuación muestra los valores experimentales de voltaje e intensidad de corriente. De acuerdo con el ajuste de curva por mínimos cuadrados, construye la ecuación o modelo matemático que establece las relaciones entre el voltaje (V) y la intensidad de corriente (I), para verificar la ley de Ohm.

V(V)	I(mA)	V(V)	I(mA)
0.0	0.0	5.5	55.0
1.0	9.0	6.0	59.0
1.5	14.0	6.5	64.0
2.0	19.0	7.0	70.0
2.5	25.0	7.5	75.0
3.0	29.0	8.0	80.0
3.5	35.0	8.5	86.0
4.0	39.0	9.0	90.0
4.5	45.0	9.5	96.0
5.0	49.0	10.0	101.0

Tabla 2.15 Valores experimentales de voltaje e intensidad de corriente.

Los valores de la tabla anterior son agrupados ahora en el cuadro siguiente con la aplicación de las operaciones requeridas para reemplazar y aplicar en las ecuaciones pertinentes que permitan construir la ecuación o modelo que relacionan las variables experimentales de voltaje (V) e intensidad de corriente (I).

$$a = \frac{n \Sigma I(a) V(v) - \Sigma I(a) \Sigma V(v)}{n \Sigma [I(a)]^2 - [\Sigma I(a)]^2} \quad 2.18$$

Reemplazando valores con las unidades respectivas se calcula la constante de proporcionalidad a

$$a = \frac{20 \times 7.17_{(A)(V)} - 1.05_{(A)} \times 104.5_{(V)}}{20 \times 0.717_{(A)}^2 - 1.04_{(A)}^2} = \frac{34.72_{(A)(V)}}{0.3524_{(A)}^2} = 98.52 \Omega$$

$$a = 98.52 \Omega$$

$$b = \frac{\Sigma V(v) \Sigma [I(a)]^2 - \Sigma I(a) \Sigma I(a) V(v)}{n \Sigma [I(a)]^2 - [\Sigma I(a)]^2} \quad 2.19$$

$$b = \frac{[104.5_{(V)} \times 0.0717_{(A)}^2] - [1.04_{(A)} \times 7017 \Sigma_{(v)}]}{20 \times 0.0717_{(A)}^2 - 1.04_{(A)}^2} = \frac{0.03585_{(A)}^2 (V)}{0.3524_{(A)}^2} = 0.101_{(v)}$$

$$b = 0.101_{(v)}$$

La ecuación o modelo es de la forma:

$$V = a(I) + b$$

$$\text{Finalmente, la ecuación buscada es } V = 98.52 \Omega I + 0.101_{(v)} \quad 2.20$$

3. A partir de los datos de a tabla 2.16 que se presenta a continuación, ajuste un polinomio de un segundo grado. Utilizando regresión polinomial.

X_i	Y_i
0	2.1
1	7.7
2	13.6
3	27.2
4	40.9
5	61.1

Para el caso que nos ocupa,
 $m = 2$ (el grado de polinomio que necesitamos)
 $n = 6$ (la cantidad de datos)

Tabla 2.16 Valores experimentales de la variable X_i, Y_i

Y el conjunto general de ecuaciones queda de la siguiente manera:

$$a_0 n + a_1 \sum X_i + a_2 \sum X_i^2 = \sum Y_i \quad 2.21.$$

$$a_0 \sum X_i + a_1 \sum X_i^2 + a_2 \sum X_i^3 = \sum X_i Y_i \quad 2.22.$$

$$a_0 \sum X_i^2 + a_1 \sum X_i^3 + a_2 \sum X_i^4 = \sum X_i^2 Y_i \quad 2.23.$$

X_i	Y_i	X_i^2	X_i^3	X_i^4	$X_i Y_i$	$X_i^2 Y_i$
0	2.1	0	0	0	0	0
1	7.7	1	1	1	7.7	7.7
2	13.6	4	8	16	27.2	54.4
3	27.2	9	27	81	81.6	244.8
4	40.9	16	64	256	163.6	654.4
5	61.1	25	125	625	305.5	1527.5
$\sum X_i$	$\sum Y_i$	$\sum X_i^2$	$\sum X_i^3$	$\sum X_i^4$	$\sum X_i Y_i$	$\sum X_i^2 Y_i$
15	152.6	55	225	979	585.6	2488.8

Tabla 2.17 Valores experimentales de $(X_i), (Y_i), (X_i)^2, (X_i)^3, (X_i)^4, (X_i)(Y_i)$ y $(X_i)^2 (Y_i)$

De acuerdo con la ecuación (2.21.), (2.22.), (2.23.) las ecuaciones lineales simultáneas son:

$$\begin{aligned} a_0 \cdot 6 + a_1 \cdot 15 + a_2 \cdot 55 &= 152.6 \\ a_0 \cdot 15 + a_1 \cdot 55 + a_2 \cdot 225 &= 585.6 \\ a_0 \cdot 55 + a_1 \cdot 225 + 979a_2 &= 2488.8 \end{aligned}$$

Ordenado adecuadamente nos queda

$$\begin{aligned} 6 a_0 + 15 a_1 + 55a_2 &= 152.6 \\ 15 a_0 + 55a_1 + 225a_2 &= 585.6 \\ 55a_0 + 225a_1 + 979a_2 &= 2488.8 \end{aligned}$$

Resolviendo ese sistema con alguna técnica como la eliminación gaussiana, se obtiene:

$$a_0 = 2.47857 \qquad a_1 = 2.35929 \qquad a_2 = 1.86071$$

$$\text{El polinomio es: } 1.86071x^2 + 2.35929x + 2.47857 \qquad 2.24$$

2.4.3. Regresión no lineal

Para la regresión no lineal el método se fundamenta en los mismos principios y emplea los mismos procedimientos de la regresión lineal, la diferencia consiste en que para la regresión no lineal, el operador logaritmo natural (Ln) actúa sobre cada variable para generar los respectivos valores, los cuales son reemplazados en las ecuaciones que permiten determinar los parámetros a y b de una regresión no lineal, aquí no se toma el valor de la variable sino el logaritmo natural de la variable en la siguiente forma.

$$a = \frac{n\Sigma[X] \times [Y] - \Sigma[X] \times \Sigma[Y]}{n\Sigma[X]^2 - (\Sigma[X])^2} \qquad 2.25$$

$n = N^\circ$ de medidas

$[X] = \text{Ln}X$

$[Y] = \text{Ln}Y$

$$b = \frac{\Sigma[Y] \times \Sigma[Y]^2 - \Sigma[X] \times \Sigma[X] \times [Y]}{n\Sigma[X]^2 - (\Sigma[X])} \qquad 2.26$$

Luego del cálculo de los parámetros a y b se requiere determinar la constante K y así poder darle la forma definitiva a la nueva ecuación o modelo buscado.

$$K = e^b \quad 2.27$$

$$Y = K(X)^a \quad 2.28$$

2.4.4. Ejercicios de aplicación a una regresión no lineal

1. En este ejercicio experimental de regresión no lineal para dos variables físicas, el voltaje (V) y la intensidad de corriente (I), datos que se presentan en la siguiente tabla 2.18 tomados a partir de un elemento resistente, construir la ecuación o modelo matemático representativo de estos datos experimentales.

V(v)	I(mA)	V(v)	I(mA)
0.5	35	5.5	160
1.0	45	6.0	170
1.5	65	6.5	175
2.0	85	7.0	180
2.5	100	7.5	190
3.0	110	8.0	195
3.5	120	8.5	205
4.0	130	9.0	210
4.5	140	9.5	215
5.0	150	10.0	220

Tabla 2.18 Valores experimentales del voltaje (V) y la intensidad de corriente (I)

Información recolectada durante un experimento real que suministra las cantidades requeridas para aplicar la técnica de regresión “no lineal” sobre las variables voltaje e intensidad de corriente

$$[V] = \ln v$$

$$[I] = \ln I$$

Cálculo de los parámetros de acuerdo con las ecuaciones 2.25 y 2.26

$$a = \frac{20[146.7448] - [97.72] [29.1649]}{20[482.20] - [9588.3264]}$$

$$a = \frac{2934.896 - 2855.827}{9644 - 9588.326} = \frac{79.06}{55.67}$$

$$a = 1.42$$

No son valores absolutos y se recomienda trabajar con cuatro decimales, por ser logaritmos.

1	2	3	4	5	6	7
Medida No	V (v)	I (mA)	[V] = ln v	[I] = ln I	I ²	I x V
1	0,5	35	-0,6931	3,5553	12,6401	-2,4641
2	1,0	45	0,0	4,0073	16,0584	0,0
3	1,5	65	0,4054	4,3174	18,6399	1,7502
4	2,0	85	0,6931	4,4426	19,7366	3,0791
5	2,5	100	0,9162	4,6051	21,2069	4,2191
6	3,0	110	1,0986	4,7004	22,0937	5,1638
7	3,5	120	1,2527	4,7874	22,9191	5,9971
8	4,0	130	1,3862	4,8675	23,6925	6,7473
9	4,5	140	1,5040	4,9416	24,4194	7,4321
10	5,0	150	1,6094	5,0106	25,1604	8,0640
11	5,5	160	1,7047	5,0434	25,4358	8,5974
12	6,0	170	1,7917	5,1357	26,3754	9,2016
13	6,5	175	1,8718	5,1647	26,6741	9,6672
14	7,0	180	1,9459	5,1929	26,9662	10,1048
15	7,5	190	2,0149	5,2470	27,5310	10,5721
16	8,0	195	2,0794	5,2729	27,8034	10,9644
17	8,5	205	2,1400	5,3230	28,3343	11,3912
18	9,0	210	2,1972	5,3471	28,5914	11,7486
19	9,5	215	2,2512	5,3706	28,8444	12,0902
20	10,0	220	2,3025	5,3936	29,0909	12,4187
N=20			Σ=29,1649	Σ=97,72	Σ=482,20	Σ=146,7448

Tabla 2.19 Cuadro para procesar un conjunto de datos y construir una ecuación no lineal

$$b = \frac{[29,1649][482,20] - [97,92][146,7448]}{20[482,] - [9588,3264]}$$

$$b = \frac{305,9361}{55,676} = -5,4949 \quad \rightarrow k = e^{-5,4949\Omega}$$

$k = 4,10 \times 10^{-3} \Omega$ Al aplicar la ecuación 2.28 se tiene $V = kI^a$

$$V = 4,1 \times 10^{-3} \Omega I^{1,5} \quad \text{o también} \quad V = 4,1 \times 10^{-3} \Omega I^{\frac{3}{2}} \quad 2.29$$

2. Construir la ecuación o modelo matemático representativo de la relación entre el tiempo (t) de oscilación de un cuerpo con la longitud (L) de la cuerda de un péndulo, de acuerdo con los datos experimentales presentados en la siguiente tabla 2.20.

Medida No	L(m)		T(s)	$[L]= \ln L$	$[T]= \ln T$	$[L]^2$	$[L] \times [T]$
1	1,50		2,45	0,4055	0,8961	0,1644	0,3633
2	1,30		2,30	0,2627	0,8329	0,0690	0,2188
3	1,10		2,10	0,4953	0,7419	0,0090	0,0707
4	1,00		2,00	0,0	0,6931	0,0	0,0
5	0,90		1,90	-0,1054	0,6418	0,0111	-0,0676
6	0,80		1,80	-0,2231	0,5878	0,0497	-0,1311
7	0,70		1,70	-0,3567	0,5306	0,1272	-0,1893
8	0,50		1,40	-0,6931	0,3365	0,4807	-0,2331
9	0,45		1,30	-0,7985	0,2624	0,6376	-0,2095
10	0,30		1,10	-1,2039	0,0953	1,4490	-0,1147
N=10				$\Sigma[L]=$ -2,6172	$\Sigma[T]=$ 5,6184	$\Sigma[L]^2=$ 2,9970	$\Sigma=[L] \times [T]=$ -0,2925

Tabla 2.20 Datos obtenidos durante el estudio de un péndulo simple, experimento que conduce a una "ecuación no lineal"

De acuerdo con las ecuaciones 2.25 y 2.26

$$a = \frac{10[-0,2925] - [-14,7044]}{10[2,997] - [6,8497]}$$

$$a = \frac{[11,7794]}{[23,1203]} = 0,509 \approx 0,5 \rightarrow a = 0,5$$

$$b = \frac{[5,6184][2,997] - [(-2,6172)(-0.2925)]}{10[2,997] - [6,8497]}$$

$$b = \frac{[16,8383] - [0,7655]}{[23,1203]} = 0,695 \approx 0,7 \rightarrow b = 0,7 \quad \rightarrow k = e^{0,7}$$

$K=2,0$

Al aplicar la ecuación 2.28 se tiene $T = kL^a$

$$T = 2,0L^{\frac{1}{2}} \rightarrow T = 2,0\sqrt{L} \quad 2.30$$

Conclusión lógica que muestra que el periodo es proporcional con la raíz cuadrada de la longitud.

2.4.5. El análisis dimensional.

Las ecuaciones en física deben relacionar magnitudes de manera consistente con sus dimensiones. Para que una ecuación tenga sentido físico todos los términos a ser sumados, restados o igualados deben tener las mismas dimensiones.

El análisis dimensional es una metodología matemática que permite deducir la forma de las ecuaciones que rigen un determinado fenómeno físico aparte del conocimiento de las dimensiones de las variables que intervienen en el fenómeno. Se basa en el hecho de que las leyes de la física son independientes del sistema de unidades utilizado para expresarlas.

El análisis dimensional aprovecha el hecho de que las dimensiones se pueden tratar como cantidades algebraicas y constituye una herramienta útil para:

- (i) Detectar errores en el resultado de un problema
- (ii) Deducir relaciones entre magnitudes físicas y
- (iii) Revelar las leyes del escalamiento

El análisis dimensional tiene su origen en los trabajos de Newton, quien fue uno de los primeros en entender la importancia de la semejanza mecánica entre los sistemas físicos.

La dimensión de una cantidad física es la combinación algebraica de [T], [M] y [L], a partir de las cuales se forma la cantidad. La velocidad escalar v es un ejemplo. Una velocidad es una longitud por unidad de tiempo. Por lo tanto, la dimensión de “ v ” es

$$[v] = \left[\frac{L}{T} \right] \text{ o bien } [LT^{-1}]$$

No confundir la dimensión de una cantidad con las unidades en las cuales se mide. Una velocidad se puede representar en unidades de metros por segundo, millas por hora, o, si es necesario, años luz por siglo. Todas estas elecciones son consistentes con la dimensión $[L/T=LT^{-1}]$. En lo que sigue, los paréntesis rectangulares, como los de arriba, indicarán que se está manejando dimensiones.

Cualquier cantidad física tiene dimensiones que son combinaciones algebraicas $[T^a M^b L^c]$ de las dimensiones primarias. En lo anterior, los índices a , b y c indican el orden (o potencia) de la dimensión. Así, por ejemplo, un área tiene la dimensión $[L^2]$. Si todos los exponentes, a , b y c son cero, esa combinación especial será adimensional. Los exponentes a , b y c pueden ser positivos, negativos, enteros o fraccionarios.

El estudio de las dimensiones de una ecuación se llama análisis dimensional y es un ejercicio importante con diversos usos en física. Cualquier ecuación que relacione cualidades físicas debe tener dimensiones consistentes; es decir, las dimensiones de un lado de la ecuación deben ser las mismas que las del otro lado. Esto constituye una valiosa comprobación de cualquier cálculo. También, el análisis dimensional pone al descubierto las leyes del escalamiento, que describen como al cambiar unas cantidades en un caso físico es necesario

cambiar otras. Cuando hay algún motivo para creer que solo determinadas cantidades físicas pueden aparecer en un caso físico, el escalamiento puede darnos perspectivas potentes de la situación. En el capítulo de dinámica de la asignatura física I se deduce la relación entre la altura h desde la que se deja caer un objeto y su velocidad. En esta relación interviene la aceleración de la gravedad, g , cantidad cuya dimensión es $[g]=[LT^{-2}]=[L/T^2]$ la relación algebraica es

$$gh = \frac{1}{2} v^2.$$

Al comparar las dimensiones de los tres miembros de la ecuación, para ver si hay algún error dimensional. La dimensión de h es $[L]$, y por tanto el lado izquierdo tiene las dimensiones $[LT^{-2}][L]=[L^2T^{-2}]=[L^2/T^2]$ el término central y lado derecho tiene las dimensiones de la velocidad al cuadrado, $[LT^{-1}]^2 = [L^2 T^{-2}] = [L^2/T^2]$

2.4.6. Ejercicios de aplicación al análisis dimensional

1. La ecuación de movimiento, $x = x_0 + v_0t + 1/2 at^2$, debe cumplir con la homogeneidad dimensional:

$$L = L + \frac{L}{T}T + \frac{L}{T^2} T^2 = L + L + L = L \quad 2.31$$

2. Determine la aceleración de una partícula que se mueve con velocidad uniforme en un círculo. Considere que la aceleración depende de la velocidad de la partícula y del radio del círculo.

Solución:

La expresión para la aceleración de la partícula que se mueve con velocidad uniforme v , sobre el círculo de radio r , es de la forma:

$$a = v^x r^y \quad 2.32$$

Escribiendo las dimensiones de cada magnitud física en ambos miembros de la expresión, tenemos:

$$[a] = [v]^x[r]^y \quad 2.33$$

Sustituyendo las dimensiones correspondientes de a, v y r:

$$(LT^{-2}) = (LT^{-1})^x (L)^y \quad 2.34$$

Si igualamos los exponentes que se encuentran a ambos lados de la ecuación, tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Longitud: } 1 &= x + y & x &= 2 \\ \text{Tiempo: } -2 &= -x & y &= -1 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la relación buscada es:

$$a = v^2 \cdot r^{-1} = \frac{v^2}{r}$$

2.5 Diseño metodológico

2.5.1 Tipo de investigación

La investigación es explicativa puesto que se centra en explicar fenómenos, acciones pedagógicas en cada una de las variables de estudio y además parte de una hipótesis específica que tiene una función explicativa. Hernández, Fernández y Baptista (1998; 67), plantean que los estudios explicativos están dirigidos a responder a las causas de los eventos físicos o sociales; su interés está orientado a explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da éste, o por qué dos o más variables están relacionadas.

Los estudios explicativos son estructurados y responden a preguntas y situaciones problemáticas mediante explicaciones con proposiciones que informan por qué y cómo están relacionadas las variables, además proporcionan un sentido de entendimiento del fenómeno a que hacen referencia.

La investigación es de campo, puesto que se realizó en el sitio en donde se encuentra el objeto de estudio y se fundamentó en métodos que permitieron recoger los datos en forma directa con la realidad donde se presenta el acontecimiento. Esta investigación se ha desarrollado en la Facultad de

Ingeniería de UNIGUAJIRA en la asignatura Física I, del Ciclo Básico de Ingeniería.

2.5.2 Diseño de la Investigación

El diseño de la presente investigación es cuasiexperimental de acuerdo con los autores Hernández, Fernández y Baptista (1998; 169-173). En un modelo de diseño con preprueba-postprueba y grupos intactos (uno de ellos control) los sujetos de cada grupo no son asignados al azar, sino que dichos grupos ya estaban formados antes del experimento.

De acuerdo a los problemas de validez interna en los diseños cuasiexperimentales, Hernández, Fernández y Baptista (1998, 170) se basan en otro autor, Wiersma (1986; 26) para decir que, en este tipo de diseños, el investigador debe intentar establecer la semejanza entre los grupos; esto requiere considerar características o variables estudiadas, buscando que los grupos sean comparables. El estudio se basa en la aplicación de una preprueba que midió el conocimiento inicial de los grupos control y experimental. Posteriormente, aplicada a la estrategia de Construir Modelos Matemáticos en Física a partir de situaciones problémicas, al grupo experimental, se realizó una postprueba que permitió medir el efecto de la estrategia, con el objeto de comparar los resultados en cuanto a los logros y progresos en la adquisición del conocimiento, las habilidades y las destrezas en la resolución de problemas de Física. La población estuvo conformada por la totalidad de estudiantes que cursan Física I en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de La Guajira.

La muestra la conformaron 192 estudiantes, de los cuales 96 fueron incluidos para el grupo experimental y 96 para el grupo control. No se estima necesario aplicar fórmulas matemáticas para comprobar la significación de la muestra en relación con la totalidad de la población, ya que, evidentemente representa un 30.4% del total de la población, lo que quiere decir que es claramente significativa.

2.5.3 Instrumentos de la investigación

A. *Recolección de datos*

Para recolectar los datos pertinentes sobre las variables involucradas en la investigación se tuvo en cuenta la selección de un instrumento válido y confiable, la medición de las variables y la codificación de los datos.

Según Hernández, Fernández y Baptista (1998; 332), recolectar los datos implica seleccionar un instrumento de medición disponible o desarrollar uno propio, aplicar el instrumento de medición y preparar las mediciones obtenidas para que pueda analizarse correctamente.

El procedimiento utilizado para construir los instrumentos de medición tuvo en cuenta los siguientes pasos:

Listado de las variables que se pretende medir u observar, revisión de las definiciones conceptuales y operacionales, desarrollo o construcción del instrumento, indicar la codificación de datos, aplicación de prueba piloto y construcción de la versión definitiva.

Para efectos de la recolección de la información que permitiera la emisión de un diagnóstico confiable, en la presente investigación se aplicaron pruebas de respuesta múltiple, abiertas y cerradas, es decir, divergentes y convergentes. Los estudiantes de ambos grupos (control y experimental) fueron sometidos a los mismos instrumentos, con el fin de poder emitir un diagnóstico basado en los hechos concretos y en el análisis de estadística descriptiva pertinente en cada una de las variables de estudio.

B. Instrumentos

La presente investigación utilizó los siguientes instrumentos de medición: el cuestionario y la observación.

El cuestionario: Hernández, Fernández y Baptista (1998; 276-280), plantean que un cuestionario consiste en un conjunto de preguntas respecto a una o más variables a medir y que el contenido de las preguntas de un cuestionario puede ser variado de acuerdo a los aspectos que mida y que básicamente, se puede hablar de dos tipos de preguntas: cerradas y abiertas. Las preguntas cerradas contienen categorías, que se le presentan a los sujetos con posibilidades de respuestas con dos o varias alternativas.

Las preguntas abiertas no delimitan las alternativas de respuesta y el número de categorías de respuestas es muy elevado. Los cuestionarios utilizados en esta investigación fueron: el pre-test y el post-test.

El pre-test: consta de 21 ítems, los cuales sirvieron para determinar los conocimientos (teóricos y prácticos) que tenían los estudiantes antes de iniciar la aplicación de la estrategia Enseñanza Problemática aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física. Contienen 7 preguntas cerradas dicotómicas y 14 preguntas cerradas de selección múltiples con única respuesta (ver Anexo A).

El post-test: consta de 13 ítems con varias alternativas de respuesta, que permitieron determinar si hubo o no progreso en los conocimientos (teóricos y prácticos) luego de haber aplicado la estrategia de la Enseñanza Problemática aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física (ver Anexo B).

Los ítems del pre-test y post-test se diseñaron teniendo en cuenta el número de variables, las dimensiones a medir, el interés de los estudiantes y la forma en que se pudieran aplicar los procesos cognoscitivos (observación, comprensión, aplicación, análisis y síntesis) a contenidos teóricos-prácticos de la asignatura Física I.

La observación: Hernández y Otros (1998; 309-315), consiste en el registro sistemático, válido y confiable de comportamiento o conducta manifiesta. Puede utilizarse como instrumento de medición para determinar la aceptación de un grupo respecto a su profesor.

La observación es una técnica de medición no obstructiva, ya que simplemente registra algo que fue estimulado por otros factores ajenos al instrumento de medición. También acepta material no estructurado y puede trabajar con grandes volúmenes de datos.

Por medio de la observación se valoran los aprendizajes de los distintos contenidos curriculares (conceptuales, procedimentales y actitudinales) y también se valora el aprendizaje y progreso de los alumnos. En el acto de observación, se encuentra la lista de control que incluye los rasgos que interesa evaluar en forma de listado.

Se diseñó una Lista de Cotejo con 16 ítems, estructurados solo con dos alternativas (sí y no), el cual se aplicó en cada clase después de utilizada la

estrategia de Construir Modelos Matemáticos en Física a partir de situaciones problémicas, permitió detectar la actuación de los estudiantes en clase (ver Anexo C, Lista de Cotejo).

C. Validez y confiabilidad de los instrumentos

Los instrumentos aplicados fueron elaborados con fundamento en el programa curricular de Física, para estudiantes de Segundo Semestre de la Facultad de ingeniería de la Universidad de La Guajira. El contenido de los instrumentos, ceñido estrictamente a los programas de formación en la asignatura de Física,

Hernández, Fernández y Baptista (2000; 236) exponen que la validez se refiere a la capacidad de un instrumento para la medición de la variable a la que es aplicado.

Nilda Chávez (2001; 193-194) estipula que la validez es el grado de eficacia de un instrumento para medir lo que se pretende medir. La validez puede ser de contenido, de criterio y constructo. La de contenido es la compaginación del instrumento con su fundamento teórico y se basa en la necesidad de discernimiento y juicios independientes entre expertos. Es, en otras palabras, el análisis cuidadoso y crítico de la totalidad de los ítems, de acuerdo con el área teórico-específica. La validez de construcción es la que determina que la prueba mide lo que se pretende medir y se realiza por varios métodos.

La validez o grado de eficacia de los instrumentos en esta investigación se determinó con otro instrumento para expertos (ver Anexo D, Instrumento de validez) para evaluar los instrumentos de medición, con alternativa o características que permitieron evaluar el lenguaje utilizado, la redacción, claridad, contexto teórico, relación con los indicadores, complejidad e importancia. Los juicios utilizados se basaron en la siguiente escala: óptimo = 10, aceptable = 5, deficiente = 1

La confiabilidad, para Nidia Chávez (2001; 123) es el grado con que se obtienen resultados similares en distintas aplicaciones. La validez de una escala está relacionada con su confiabilidad.

Según Chávez, el coeficiente Alfa de Cranbach se aplica en ítems de varias alternativas y su fórmula es:

$$y_{kk} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

Donde, K: número de ítems
 S_i^2 : varianza de los puntajes de cada ítem
 S_t^2 : varianza de los puntos totales.

Para Hernández, Fernández y Baptista (1998; 242 y 410), el coeficiente Alfa de Cronbach fue desarrollado por J.L. Cronbach y requiere una sola administración del instrumento de medición y produce valores que oscilan entre 0 y 1. Su ventaja reside en que simplemente se aplica la medición y se calcula el coeficiente y sobre la base de la varianza de los ítems, se aplica la fórmula:

$$\alpha = \frac{N}{(N-1)[1-(\sum S^2(y_i)/S^2X)]}$$

Dónde: N: número de ítems de la escala
 $\sum S^2(Y_i)$: sumatoria de la varianza de los ítems
 S^2X : varianza de toda la escala.

Para Nidia Chávez (2000; 200) el cálculo del coeficiente de Kuder Richarson, Fórmula 20(KR-20) se aplica a los cuestionarios con ítems de dos alternativas (verdadero y falso; sí o no). La fórmula es:

$$(KR-20) \text{ es: } r = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{S_i^2 - \sum P_i \cdot q_i}{S_t^2} \right]$$

Donde,
 K: número de ítems
 S_t : varianza de los puntajes totales
 P_i : número de sujetos que responden correctamente cada ítem
 q_i : número de sujetos que responden incorrectamente cada, ítem

A los cuestionarios se les aplicó Alfa de Cronbach puesto que se consideraron, tres alternativas de respuesta, las cuales fueron: Respuesta correcta, la respuesta incompleta y la respuesta incorrecta.

A la lista de cotejo se le aplicó en cada clase la fórmula (Kr-20) puesto que tiene sólo dos alternativas en cada ítem presentado en el instrumento.

Para evaluar la confiabilidad del instrumento y por tratarse de un test con tres alternativas, se seleccionó el estadístico de Cronbach, el cual permitió medir la confiabilidad de la prueba piloto de acuerdo con la siguiente formula:

$$r_{kk} = \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_t^2} \right]$$

Dónde:

r = Coeficiente de Cronbach

N = Número de ítems

S_i^2 = Varianza de los puntajes de cada ítem

S_t^2 = Varianza de puntajes totales

1 = Constante

Sustituyendo los valores encontrados en la fórmula anterior se obtuvo:

$$r_{kk} = \frac{34}{33} \left[1 - \frac{20}{260} \right]$$

El resultado anterior muestra que la confiabilidad del instrumento en este estudio de investigación se consideró altamente confiable.

2.5.4 Análisis estadístico

La investigación se orientó, más que todo, al análisis de situaciones problemáticas aplicadas a la construcción de modelos matemáticos en el aprendizaje de la Física, fundamentalmente en cuanto se relaciona con la resolución de problemas experimentales para construir modelos en la mencionada asignatura, en estudiantes de segundo semestre de la Facultad de ingeniería de la Universidad de la Guajira.

Según Wayne Daniel (1990; 166, 230 y 294) la verificación pareada de una hipótesis acerca a la media de las diferencias observadas entre dos observaciones del mismo grupo antes y después de la aplicación de un experimento. Un miembro de cada uno de los diferentes pares de individuos,

cuando comparte una característica común, puede ser designado para recibir algún tipo de tratamiento, mientras el otro miembro recibe uno distinto.

La comparación pareada puede tener la forma de la verificación de una hipótesis sobre intervalos de confianza para la diferencia.

El mismo autor (1990; 7), afirma que la distribución de frecuencia consiste en una representación de las categorías numéricas de la variable junto con el número de entidades que se clasifican en cada categoría. Antes de construir esta distribución hay que decir cuántos intervalos de clases se van a utilizar y la amplitud de cada uno de ellos.

Con una distribución es posible establecer la frecuencia con que se presentan los valores que quedan en los distintos intervalos de clases.

Para Hernández, Fernández y Baptista (2000; 343-345), la distribución de frecuencia es un conjunto de puntuaciones ordenadas por categorías. Las mismas pueden completarse sumando las frecuencias relativas y las acumuladas. Las relativas, equivalen a porcentajes de casos en cada categoría y las acumuladas son las que se van agrupando en cada categoría desde la más baja hasta la más alta. Estos autores también consideran que las medidas de variabilidad más utilizadas son el rango, la desviación estándar y la varianza.

El rango es la diferencia entre la puntuación mayor y la puntuación menor, indica el número de unidades en la escala de medición necesaria para incluir los valores máximos y mínimo y se calcula $X_M - X_m$

La desviación típica estándar, según Wayne Daniel (1990; 24), es la raíz cuadrada positiva de la varianza. Para muchos fines es una medida de variabilidad más útil que la varianza.

$$s = \sqrt{\sum \frac{(x_i - x)^2}{n - 1}}$$

El mismo autor sostiene que la varianza se obtiene restando a cada uno de los valores, el valor de la media de todos los valores, elevando al cuadrado cada

una de las diferencias resultantes, sumando la diferencia al cuadrado y dividiendo este total por el número de valores menos 1.

$$s^2 = \sum \frac{(x_i - x)^2}{n - 1}$$

La Media Aritmética, se calcula sumando los valores para los cuales se desea la media y dividiendo el resultado por el número de valores que entran en la suma. La media de “n” medidas es:

$$x = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

La comparación de medidas para grupos independientes, partiendo de la teoría que sirve de fundamento para la construcción de intervalos de confianza para diferencias entre medidas poblacionales, que pueden también verificar hipótesis acerca de la diferencia entre dos medidas poblacionales.

Al contrastar la hipótesis se obtiene un valor calculado del estadístico t, el cual luego se compara con el valor tabulado de la distribución t de estudiantes para (N1+N2) - 2 grados de libertad. Esto permite determinar la significancia estadística o valor P de la diferencia entre las medidas de ambos grupos.

Hernández Fernández y Baptista (1998; 384) define la prueba t, como una prueba estadística para evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medidas. El valor de t se obtiene mediante la fórmula:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

\bar{X}_1 : Donde x_1 es la media de un grupo

\bar{X}_2 : Es la media del otro grupo

N_1 : Tamaño del primer grupo

N_2 : Tamaño del segundo grupo

S_1^2 : Desviación estándar del primer grupo al cuadrado

S_2^2 : Desviación estándar del segundo grupo al cuadrado

3. RESULTADOS CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

3.1. Resultado del pretest o evaluación previa

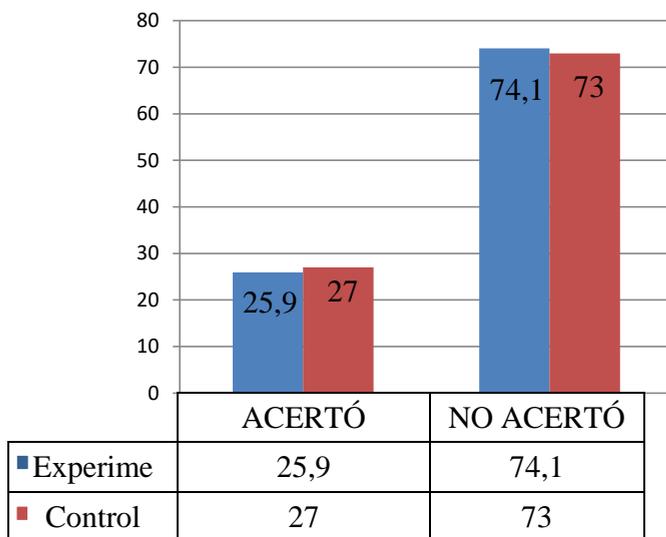
Antes de comenzar la aplicación de la estrategia, enseñanza problémica aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física, se aplicó a los grupos control y experimental un instrumento destinado a medir la capacidad de resolver situaciones problémicas relacionadas con la construcción de modelos en física. Este instrumento se aplicó por igual a ambos grupos; el pretest estuvo conformado por un grupo de pregunta convergente, es decir, preguntas cerradas, para ser respondida con un SI o un NO; el resto de las preguntas eran igualmente convergente, pero con un mayor número de alternativa de solución.

La aplicación del pretest tiene como objetivo conocer el punto de partida de la investigación, en cuanto tiene relación con el objetivo de la misma. Es decir, en el caso concreto del estudio la habilidad y destreza para resolver problemas relacionados con la construcción de modelos matemáticos en física, dentro del modelo educativo convencional.

No se consideró necesario establecer diferencias de contenido en el pretest entre el aplicado al grupo control y el aplicado al grupo experimental, puesto que se trata de medir la bondad de la metodología educativa propuesta, las que, de ser ciertas se reflejarán únicamente en el posttest o evaluación final aplicada al grupo experimental.

Seguidamente se muestra el resultado promedio de los porcentajes de respuesta acertadas y desacertadas en el pretest o evaluación previa.

Promedio de los porcentajes de respuestas acertadas y desacertadas en el pretest o evaluación previa



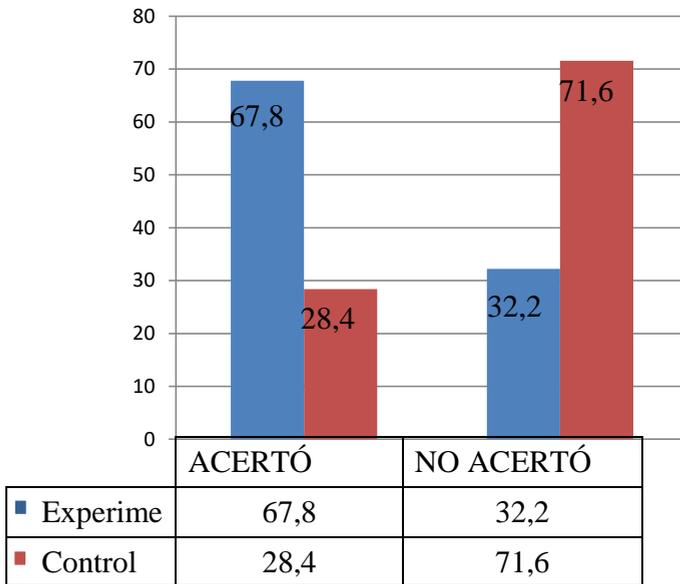
El resultado promedio del pretest o evaluación previa muestra un 25,9% de aciertos del grupo experimental y un 27% del grupo de control, notándose un nivel de conocimiento bastante similar entre los dos grupos, es decir, el resultado no representa mayor diferencia entre los dos grupos.

3.2. Resultado del postest o evaluación final.

El postest o evaluación final fue la prueba a que se sometió a los estudiantes, una vez aplicada la estrategia de la enseñanza problémica aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física.

A continuación, se muestran los resultados promedios de los porcentajes de respuesta acertadas y desacertadas o equivocadas en el postest o evaluación final.

Promedio de los porcentajes de respuestas acertadas y desacertadas en el postest o evaluación final



De acuerdo con los resultados anteriores, el pretest y el postest, resulta evidente que en la evaluación final o postest los estudiantes que conformaron el grupo experimental demostraron haber adquirido mayor habilidad y destreza en la construcción de modelos matemáticos en la asignatura de Física I. Los resultados pueden considerarse halagadores, si se tiene en cuenta que la inducción en cuanto se refiere a la aplicación de la estrategia, fue un proceso experimental, al que los estudiantes apenas comenzaban a adaptarse.

De otro lado, es de tener en cuenta que la estrategia basada en la Construcción de Modelos Matemáticos en Física a partir de situaciones problemáticas experimentales, es una experiencia nueva para los estudiantes, en cuanto a los procesos metodológicos de enseñanza-aprendizaje se refiere, razón por la que es de suponer que sólo con continuidad en este tipo de estudio, se logrará una base suficientemente confiable para la emisión de conclusiones definitivas durante el desarrollo continuo de dicha estrategia, en la facultad de ingeniería de la Universidad de La Guajira.

3.3 Conclusiones y recomendaciones

3.3.1 Conclusiones

A partir de los resultados promedios obtenidos en el Postest, en relación con los obtenidos en el Pretest, se observa cómo la estrategia basada en la Enseñanza Problémica aplicada a la Construcción de Modelos Matemáticos en Física, parece reflejar la conveniencia de su utilización, aunque se es consciente de que, una sola prueba, no permite emitir conceptos dogmáticos al respecto. En efecto, mientras el grupo Experimental arroja un promedio de 67,8% de aciertos, el grupo Control muestra apenas un 28,4%, es decir, una diferencia porcentual de 39,4%, una vez aplicada la estrategia a ambos grupos, experimental y control, diferencia que se considera significativa en el área de física.

El primer logro de la investigación fue la comprobación de que siempre es factible introducir cambios en los procesos pedagógicos, con el fin de adecuarlos a las exigencias tácitas de los estudiantes, es decir, a esas exigencias que no se formulan directamente pero que se evidencian en los resultados de las evaluaciones. Y es responsabilidad de los docentes, no limitarse a emitir informes de evaluación sino investigar y hallar las razones por las que, en determinados casos, los resultados no son adecuados o, por lo menos, son susceptibles de mejora.

La aplicación de estrategias fundamentadas en la Enseñanza Problémica aplicada a la construcción de modelos matemáticos en física, en estudiantes de Ingeniería de la Universidad de La Guajira, es una de las tantas inquietudes que se plantean a nivel nacional e internacional, en aras de una optimización de los procesos pedagógicos, orientados a la obtención de resultados excelentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la física.

El estudio llevado a cabo deja convicciones, aunque no definitivas. Los estudiantes fueron receptivos y colaboradores pero, en esencia, el resultado obtenido fue producto de estrategias especiales y no de una aplicación integral de enseñanza Problémica. Dicho con otras palabras, se tomaron de la Enseñanza problémica algunas de sus propuestas y se aplicaron, con resultados que hace prever la posibilidad de una mejora en los procesos

integrales de formación, aunque no totalmente basados en la mencionada enseñanza.

Ya se dijo anteriormente que la mejor estrategia pedagógica es aquella que se enmarca en lo ecléctico, es decir, la que recoge de cada propuesta lo aprovechable y en tal sentido, es el docente, como responsable de su clase, el llamado a escoger de cada modelo lo que más se ajusta a las necesidades de su población estudiantil.

Los resultados obtenidos son buenos, si se mira el tiempo y las condiciones de trabajo; se trató de un inserto en la programación académica, en la cual no estaba prevista la realización de este estudio; esto, bajo ningún punto de vista puede esgrimirse como paliativo en el evento de que alguien quiera (seguramente habrá más de uno) criticar o controvertir los resultados de la investigación, nada más lejos de la intención del investigador.

Lo que se busca es llamar la atención del cuerpo directivo docente y discente en general, para abrir espacios a la investigación, sin el lleno de mayores requisitos, de manera que el docente inquieto, con deseos de investigar, pueda hacerlo, obviamente sin interferir los procesos normales de enseñanza y es aquí, precisamente, donde los directivos docentes pueden imponer su experiencia en el manejo de estas situaciones, para dar cabida a las inquietudes docentes en materia de investigación.

Es de resaltar que los resultados parecen apuntar en la buena dirección; las diferencias entre los resultados del grupo Experimental y el grupo Control son notorias, aunque no definitivas. El autor es consciente de que, en el sentir del estudiante, al momento de una evaluación (postest) pesa mucho la relación que tiene con el docente que dirige el proceso y en ese aspecto es de reconocer que la ventaja estaba de parte del grupo Experimental.

Pero no todo puede ser atribuido a esa ventaja; hacerlo así, sería desconocer la eficiencia del cuerpo docente del área de Física de la Universidad, particularmente de los que dictan clases al segundo semestre en la facultad de Ingenierías de la Universidad de La Guajira. Esto nos ubica en la necesidad de reconocer que la Enseñanza Problemática, manejada a través de la construcción

de modelos matemáticos en física, puede constituirse en una de las seguramente muchas alternativas de solución a las permanentes necesidades de los docentes y de los estudiantes en el proceso enseñanza-aprendizaje.

No se puede obviar que cada docente conoce a sus estudiantes (al menos, ese es el ideal) y que, por consiguiente, es el docente el llamado a diseñar las estrategias de enseñanza en su clase, sin salirse de los derroteros y marcos filosóficos señalados por la Universidad de La Guajira.

Lo anterior viene a colación a manera de invitación a los docentes, a pensar sobre sus necesidades específicas, en relación con sus estudiantes y con su asignatura, es necesario atreverse, es necesario involucrarse en investigaciones, exponer inquietudes, buscar alternativas. Los esquemas oficiales son rígidos, porque su naturaleza así lo exige, pero los mismos no son sino directrices, no camisas de fuerza. La iniciativa, la inquietud, la creatividad, corresponde al docente y, en ese sentido, se cree haber dado un gran paso, al poner en práctica la estrategia basada en la construcción de modelos matemáticos en física, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área de conocimiento.

Formar a los estudiantes con fundamentos en la construcción de modelos matemáticos en física a partir de situaciones problemáticas es darle herramientas para que haga frente con éxito al reto de su propia formación. Reconocer en los estudiantes esas competencias de construir modelos matemáticos en física es darle oportunidad de un desenvolvimiento adecuado frente al aprendizaje de esta área, disciplina que exige la aplicación de todo el potencial del estudiante para un buen aprovechamiento de su proceso formativo.

3.4 Recomendaciones

- De acuerdo a los retos de la educación superior, es importante que los docentes del área de física desarrollen trabajos investigativos en el aula de clases y fuera del aula, que planifiquen y hagan una revisión y análisis previo de las estrategias a utilizar en el contexto programático de la asignatura y del texto guía en lo pertinente a la formulación de objetivos, la organización de contenidos, las actividades de evaluación, las ilustraciones y aplicaciones presentadas por el texto.

- Unificar criterios sobre la adopción de una nueva metodología, con elementos nuevos y dinámicos, que se involucren en el entorno en mejora de la enseñanza teórico-experimental de la Física en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la Guajira.
- Promover jornadas de discusión alrededor de los programas actuales iluminados por las teorías curriculares modernas, donde participen docentes, discentes y directivos, a tono con los nuevos retos en la educación, las exigencias de la carrera, con los modelos pedagógicos que se impulsen y con las estrategias metodológicas que se adopten.
- Realizar inducción a los estudiantes, antes de la implementación del programa, con la finalidad de que sean discutidos y analizados en cuanto a sus objetivos, contenidos, metodologías, bibliografía, flexibilidad del currículo, en su funcionalidad y pertinencia en el campo de la ingeniería.
- Diseñar un nuevo currículo de física que sea flexible, fundamentado en nuevas estrategias pedagógicas y tecnológicas, para consolidar un profesional capacitado para desempeñarse con éxito a través de la integración de conocimientos, habilidades para cambiar, aptitudes y valores dentro de un contexto socio-geográfico y cultural.
- El nuevo currículo de Física en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de La Guajira debe introducir novedosos cambios como respuesta a los nuevos retos de la educación superior, a demandas sociales, al avance de la ciencia y tecnología y a los resultados de investigaciones recientes sobre la enseñanza de la Física.
- Evaluar mediante la construcción de modelos matemáticos en física en el área de Física y hacer de este un verdadero método que posibilite mirar los errores como un proceso normal en la construcción del conocimiento y tomar esta estrategia como base para un análisis más profundo y formativo donde se exija al estudiante poner en práctica las Competencias Básicas: interpretar situaciones, establecer condiciones y plantear hipótesis.

Bibliografía

- Arrieta P. Xiomara (1999) prácticas de física, Maracaibo – Venezuela.
- Nuevo manual de la Unesco para la enseñanza de la Ciencias. Sudamericana, Buenos Aires, 1989.
- Hewit, Paul (1998), Manual de laboratorio de física, New York-EE.UU.
- Valero, M, 1998 Física Fundamental I-II. Norma, Colombia.
- Holguín T. Carlos A. Diseño, calculo, construcción de equipos sencillo de laboratorio para la enseñanza de las ciencias básicas, 2010, Colombia.
- Abreu Regueiro, Roberto (1996): La Pedagogía Profesional: un imperativo de la escuela politécnica y la entidad productiva contemporánea. Tesis de Maestría. CEPROF. ISPETP. La Habana.
- Alarcón, José y Montenegro, Ignacio. Competencias Psicológicas. Autoevaluación Docente. 1 ed. Magisterio. 2000.
- Álvarez de Zayas, Carlos (1990): La escuela en la vida. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- _____ (1996): Hacia una escuela de excelencia. Editorial Academia. La Habana.
- Baró, Wildo (1997): La Enseñanza Problemática aplicada a la técnica. Editorial Academia. La Habana.
- Bermúdez Sarguera, Rogelio y Rodríguez Rebuñillo, Marisela (1996): Teoría y metodología del aprendizaje. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Bravo Salinas, Néstor H. (1997): Pedagogía Problemática: acerca de los nuevos paradigmas en educación. Editorial TM. Convenio Andrés Bello. Colombia.
- Brito Abrahantes, Delfín M. (1994): Cómo desarrollar las asignaturas técnicas con un enfoque problemático. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Cortijo Jacomino, René (1996): Didáctica de las Ramas Técnicas: una alternativa para su desarrollo. Tesis de Maestría. CEPROF. ISPETP. La Habana.
- Díaz, B y Hernández, Gerardo. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista. 2 ed. México: Mc Graw-Hill. 2000.

- Flórez, María. Estrategias de supe aprendizaje en el logro de la Resolución de problemas de Física. Tesis de grado para optar al título de Magíster en Ciencias Aplicadas. Área Física. LUZ. 2000.
- Fraga, Rafael (1997): Metodología de las áreas profesionales. Soporte magnético. CEPROF. ISPETP. La Habana.
- Fuentes González, Homero y Álvarez Valiente, Ilsa (1998): Dinámica del proceso docente educativo de la educación superior. CEES “Manuel F. Gran”. Universidad de Oriente. Santiago de Cuba.
- Galperin, P. Ya. (1986): Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En: Antología de la Psicología Pedagógica y de la Edades. Editorial Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.
- García Hernández, Miguel y otros (1990): Métodos activos en la Educación Técnica y Profesional. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Guevos, A. I. (1973): Los aspectos psicológicos de la síntesis de la Enseñanza Problemática y programada. Znanie. Moscú.
- Hernández R., Fernández, C. y Baptista, P. Metodología de la investigación. 2 ed. 1998.
- ICFES. Magisterio Colombiano. Evaluación por competencias en Física. 1 ed. 2004.
- Lea, Susan y Burke John. La naturaleza de las cosas. Física. Volumen I. Internacional Thomson E. 1999.
- Leontiev, A. M. (1959): Los problemas del desarrollo del psiquismo. Editorial Academia de Ciencias Pedagógicas. Moscú.
- Lerner, I. (1976): Sistema didáctico de los métodos de enseñanza. Znanie. Moscú.
- Majmutov, Mirza I. (1983): La Enseñanza Problemática. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Marín, Raul. Evaluación por competencias en Física. Panamericana. 1ª reimpresión. 2004.
- Martínez Llantada, Martha (1983): Fundamentos lógico – gnoseológicos de la Enseñanza Problemática. Tesis de Doctorado. ISP “Enrique José Varona. La Habana.
- _____(1986): Fundamentos teóricos y metodológicos de la Enseñanza Problemática. Curso pre - evento. Pedagogía 86. La Habana.
- _____(1987): La Enseñanza Problemática de la Filosofía Marxista Leninista. Editorial de Ciencias Sociales. La Habana.

- _____(1993): Actividad pedagógica y creatividad. Palacio de las Convenciones. La Habana.
- _____(1998): Calidad educacional, actividad pedagógica y creatividad. Editorial Academia. La Habana.
- Medina Gallego, Carlos (1997): La Enseñanza Problemática: entre el constructivismo y la educación activa. Editorial Rodríguez Quito. 2da edición. Colombia.
- Okón, V. (1968): Fundamentos de la Enseñanza Problemática. Editorial Instrucción Pública. Moscú.
- Ortiz Ocaña, Alexander Luis (1995): Los métodos y procedimientos activos en la enseñanza de las asignaturas técnicas de la especialidad economía en la ETP. Evento Internacional Pedagogía 95. La Habana.
- Metodología de la Enseñanza Problemática en el aula de clases. Asiesca. 2004.
- _____(1997(a)): La activación del proceso pedagógico profesional: un imperativo de la Pedagogía contemporánea en la escuela politécnica cubana. Evento Internacional Pedagogía 97. La Habana.
- _____(1997(b)): La activación de la enseñanza profesional: un imperativo de la Pedagogía contemporánea en la escuela politécnica cubana. Tesis de Maestría. ISPETP. La Habana.
- _____(1998): La Enseñanza Problemática de las Matemáticas en las escuelas politécnicas de economía. Revista especializada Contabilidad e Información. Brasil. Septiembre.
- _____(1999): La Enseñanza Problemática en la formación de profesionales técnicos. Curso 25. Evento Internacional Pedagogía 99. La Habana.
- _____(2000): Compendio de Pedagogía Profesional, Creatividad y Enseñanza Problemática. Ediciones Litoral. Barranquilla. Colombia.
- _____(2001): La Enseñanza Problemática de las Matemáticas en la formación del estudiante de nivel medio. Evento Internacional Pedagogía 2001. La Habana.
- ORTIZ OCAÑA, Alexander. Decano Facultad Ciencias Técnicas. Universidad Pedagógica José de la Luz y Caballero. Holguín. Cuba.
- Patiño Rodríguez, María del Rosario y otros (1996): El modelo de la escuela politécnica cubana: una realidad. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Pereda Rodríguez, Justo Luis (1993): Peculiaridades de la Enseñanza Problemática en la docencia de los fundamentos del Marxismo - Leninismo. Tesis de Doctorado. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. La Habana.

- Pineda, Lenda. Aplicación de nuevas tecnologías didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la Física. Tesis de Grado para optar al título de Magíster en Ciencias Aplicadas. Area Física. LUZ. ۲۰۰۴.
- Rodríguez, Esteban. Enseñanza de las Ciencias Naturales. Prototipos de Material de bajo costo. Mejoras. 1996.
- Sarramona, Jaume. Las Competencias Básicas en la Educación Obligatoria. CEAC. 2004.
- Silvestre Oramas, Margarita (1999): Aprendizaje, Educación y Desarrollo. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Silvestre Oramas, Margarita y Zilberstein Toruncha, José (2000): ¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje? Ediciones CEIDE. México.
- Talízina, Nina (1984): Conferencias sobre los fundamentos de la enseñanza en la Educación Superior. La Habana.
- _____ (1987): Procedimientos iniciales del pensamiento lógico. Universidad de Camagüey. DEPEs. MES.
- Torres Fernández, Paúl (1993): La Enseñanza Problemática de la Matemática del nivel medio general. Tesis de Doctorado. ISP “Enrique José Varona”. La Habana.
- Turner Martí, Lidia y Chávez Rodríguez, Justo (1989): Se aprende a aprender. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Vigotsky, L. S. (1981): Pensamiento y Lenguaje. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- Zilberstein Toruncha, José y Valdés Veloz, Héctor (1999): Aprendizaje escolar y calidad educacional. Ediciones CEIDE. México.

ANEXOS



Anexo A

Universidad de La Guajira Facultad de Ingeniería Pre-Test

Estimado estudiante:

Este instrumento tiene como objetivo evaluar algunos indicadores del proceso enseñanza-aprendizaje de la Física en el estudio de la cinemática, para el desarrollo del Proyecto de Investigación titulado "**Construcción de modelos matemáticos para la Ciencia Física**". Esto permitirá detectar las necesidades y dificultades existentes que conduzcan a mejorar el proceso de aprendizaje de la Física y de las técnicas de resolución de sus problemas.

Tu opinión es muy importante; espero la respuesta sincera de su contenido, en un marco de objetividad y espontaneidad.

Agradeciendo de antemano su colaboración, se despide de usted:

LIC. PEDRO LEON TEJADA

Estudiante: _____ CI. _____

Asignatura: FÍSICA I.

Prueba pre-test

Preguntas con respuesta SI-NO Por qué

1. ¿Es fundamental entender los conceptos y principios antes de resolver problema de Física?
SI _____ NO _____ ¿Por qué? _____
2. ¿La explicación con gráficos y esquemas permite un mejor entendimiento de la Física?
SI _____ NO _____ ¿Por qué? _____
3. ¿Memoriza la solución de los problemas de Física en el estudio de la Cinemática?
SI _____ NO _____ ¿Por qué? _____

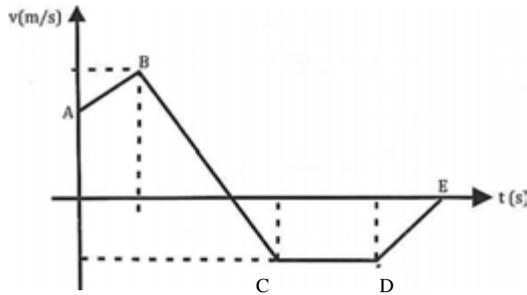
4. ¿Establece los conceptos de sistema de referencia, vector posición, desplazamiento, velocidad y aceleración en el estudio de la Cinemática?
SI_____NO_____ ¿Por qué? _____
5. ¿La explicación con modelos matemáticos permite un mejor entendimiento de la Física?
SI_____NO_____ ¿Por qué? _____
6. ¿Los modelos matemáticos son los que están basados en las explicaciones sobre las causas naturales que dan lugar al fenómeno físico?
SI_____NO_____ ¿Por qué? _____
7. ¿Un modelo de las ciencias físicas es una traducción de la realidad de un sistema en términos matemáticos?
SI_____NO_____ ¿Por qué? _____
8. ¿Los modelos cuantitativos, usan números, formulas, ecuaciones, y algoritmos matemáticos para representar aspectos del sistema modelizado?
SI_____NO_____ ¿Por qué? _____
9. ¿Los modelos cualitativos pueden usar figuras, gráficos o descripciones causales?
SI_____NO_____ ¿Por qué? _____
10. De acuerdo con los siguientes datos experimentales grafique la masa (m) en función de la longitud (L). El modelo matemático que representa la gráfica para determinar la masa es:

M (Kg)	3	6	9	12	15	18	21	24
L (m)	0	1	2	3	4	5	6	7

Tabla. De datos experimentales

- a) $m = 2\text{kg/m} \cdot L + 10 \text{ Kg}$
 b) $m = 20\text{kg/m} \cdot L + 20 \text{ Kg}$
 c) $m = 51\text{kg/m} \cdot L + 5 \text{ Kg}$
 d) Ninguna de las anteriores

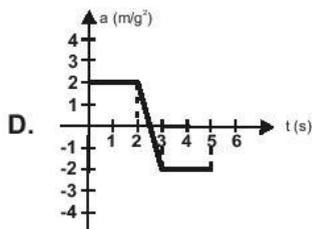
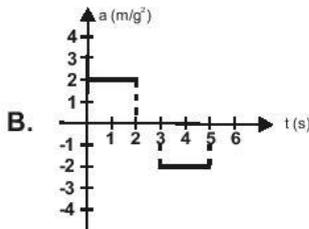
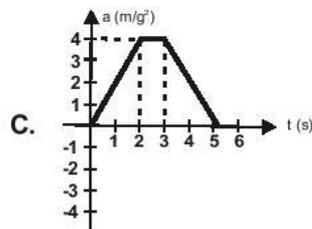
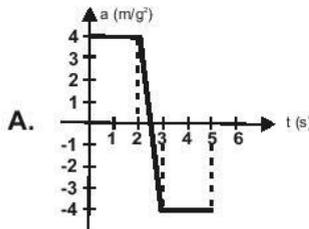
11. ¿La velocidad en cualquier instante puede considerarse como la pendiente de la tangente a la curva descrita por el movimiento de un cuerpo sobre el eje X?
SI _____ NO _____ ¿Por qué? _____
12. El velocímetro de un auto que viaja hacia el Norte indica 60 km/h. El vehículo adelanta a otro auto que viaja hacia el Sur a 60 km/h ¿Tienen ambos vehículos la misma rapidez y la misma velocidad?
- a) Los dos vehículos tienen la misma rapidez y la misma velocidad.
 - b) Los dos vehículos tienen rapidez diferentes velocidad y rapidez.
 - c) Los dos vehículos tienen rapidez diferente, pero sus velocidades son opuestas porque se desplazan en sentido opuesto.
 - d) Los dos vehículos tienen la misma rapidez, pero sus velocidades son opuestas porque se desplazan en sentidos opuestos.
13. Una manzana cae de un árbol y llega al suelo en un segundo, ¿a qué altura respecto al suelo se encontraba la manzana antes de caer?
- a) 8 m
 - b) 8,9 m
 - c) 4,9 m
 - d) 6,9 m
14. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje X varía de acuerdo con la expresión $x = 5t^2$, donde X está en m, y la velocidad está en m/s, y t en s. Encuentre la velocidad en cualquier instante (para $t = 2,5s$).
- a) 28 m/s _____
 - b) 26 m/s _____
 - c) 25 m/s _____
 - d) 15 m/s _____
15. En la siguiente figura se muestra una gráfica que representa la velocidad de un cuerpo en función del tiempo.



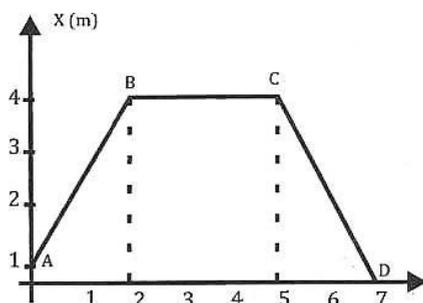
Se puede afirmar que:

- a) en el tramo AB la velocidad es constante
- b) en el tramo CD la aceleración es cero
- c) en el tramo CD la velocidad es cero
- d) en el tramo DE la aceleración aumenta a medida que transcurre el tiempo.

16. El móvil parte del reposo con movimiento uniformemente acelerado y al cabo de 2 segundos su velocidad es 4 m/s, durante un segundo, mantiene esa velocidad constante y posteriormente desacelera con desaceleración constante y al cabo de 2 segundos se ha detenido completamente. La gráfica de aceleración versus tiempo que representa el movimiento de este móvil es:



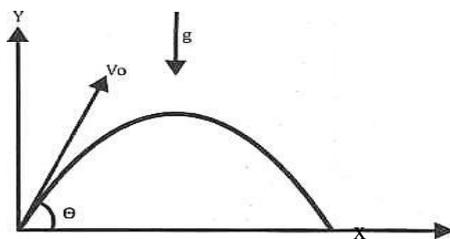
17. La siguiente gráfica nos muestra la posición de un cuerpo en función del tiempo:



De la gráfica se deduce que:

- a) En el tramo BC la aceleración es constante e igual a 4 m/s^2
- b) En el tramo AB la aceleración es cero
- c) En el tramo BC la velocidad es constante e igual a 4 m/s
- d) En el tramo CD el cuerpo se mueve con desaceleración

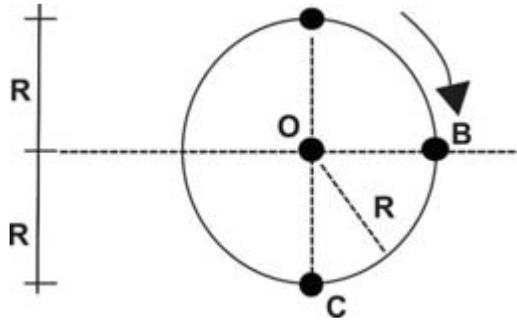
18. Despreciando el efecto de la resistencia del aire, los proyectiles en caída libre están sometidos solamente a una aceleración vertical de la gravedad g dirigida hacia abajo



Si se lanza una pelota de tenis con una velocidad inicial V_0 y con un ángulo θ , se puede afirmar que cuando la pelota alcanza el punto más alto:

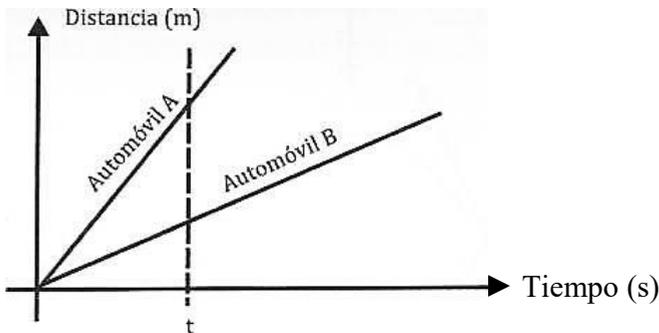
- a) La velocidad de la pelota es cero.
- b) La componente vertical de la velocidad de la pelota es cero.
- c) La aceleración es cero.
- d) La componente horizontal de la velocidad de la pelota es cero.

19. Si un cuerpo se mueve describiendo el círculo que se muestra en la figura con un movimiento circular uniforme se puede afirmar que:



- El tiempo que emplea el cuerpo en ir desde A hasta B es el doble del tiempo que emplea en ir desde B hasta C
- El cuerpo puede describir este círculo aun cuando no se ejerza sobre él ninguna fuerza.
- El cuerpo tiene una aceleración a debido a que el vector v varía
- El cuerpo puede describir este círculo si se ejerce sobre él una fuerza de magnitud y dirección constante.

20. Dos automóviles parten del mismo punto. En la siguiente gráfica se muestra la distancia recorrida en función del tiempo para cada uno de los automóviles.

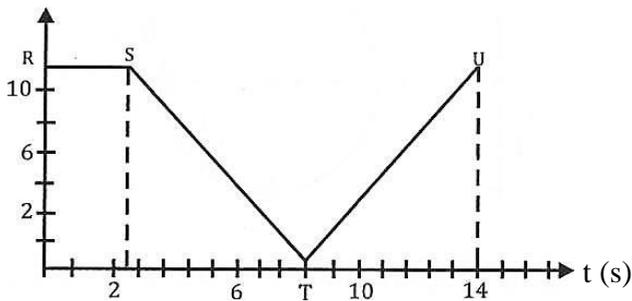


Se puede afirmar que:

- La aceleración del automóvil A es mayor que la aceleración del automóvil B

- b) La velocidad del automóvil A es mayor que la velocidad del automóvil B
- c) La velocidad de ambos automóviles es igual al cabo de 1 hora los automóviles se vuelven a encontrar

21. Responda las preguntas de acuerdo con la siguiente situación: Un cuerpo de 20 Kg que se mueve de acuerdo con la gráfica que se presenta a continuación:



- Entre 0 y 4 s el cuerpo
 - a) está detenido
 - b) posee aceleración constante
 - c) posee movimiento uniforme
 - d) se mueve en forma rectilínea

- En cuanto a la distancia recorrida por el cuerpo se afirma que
 - a) entre 0 y 4 s recorrió 48 metros
 - b) entre 4 y 8 s recorrió 24 metros
 - c) en total recorrió 108 metros en los 14 segundos.

- De estas tres aseveraciones
 - a) sólo I es la verdadera
 - b) sólo II es verdadera
 - c) sólo I y II son verdaderas
 - d) las tres son verdaderas.

Anexo B

Universidad de La Guajira Facultad de Ingeniería Pos-Test

Estimado Estudiante:

Este instrumento tiene como objetivo evaluar algunos indicadores del proceso enseñanza-aprendizaje de la Física en el estudio de la cinemática, para el desarrollo del Proyecto de Investigación titulado "Construcción de los modelos matemáticos para la Ciencia Física". Esto permitirá detectar las necesidades y dificultades existentes que conduzcan a mejorar el proceso de aprendizaje de la Física y de las técnicas de resolución de sus problemas.

Tu opinión es muy importante; espero la respuesta sincera de su contenido, en un marco de objetividad y espontaneidad.

Agradeciendo de antemano su colaboración, se despide de usted:

LIC. PEDRO LEON TEJADA

Estudiante: _____ CI. _____

Asignatura: FÍSICA I.

1. Un modelo matemático en la ciencia física es:
 - a) Una forma de representar cada uno de los tipos de fenómenos que intervienen en cierto proceso físico.
 - b) Relaciona las variables independiente y dependiente
 - c) Una ecuación matemática
 - d) Una relación funcional entre dos variables

2. Elabora la gráfica de la longitud (L) de una circunferencia en función del radio (R) de acuerdo con los siguientes datos

L(cm)	0	61.5	100	125	157
R(cm)	0	10	15	17.5	25

Se puede afirmar que el molde matemático que representa la gráfica para determinar la longitud de la circunferencia es:

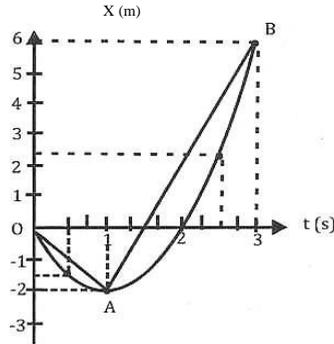
- a) $L=5.6R$
 - b) $L=4\pi R$
 - c) $L=10\pi R$
 - d) $L=2\pi R$
-
3. Elabore un gráfico de la masa de un cuerpo en función de su longitud de acuerdo con los siguientes datos experimentales.

M (Kg)	3	6	9	12	15	18	21	24
L (m)	0	1	2	3	4	5	6	7

Se puede afirmar que modelo matemático que representa la gráfica para determinar la masa es

- a) $0M = 30\text{Kg/m} \cdot L + 80\text{Kg}$
- b) $M = 60\text{Kg/m} \cdot L + 120\text{Kg}$
- c) $M = 3\text{Kg/m} \cdot L + 3\text{Kg}$
- d) $M = 6\text{Kg/m} \cdot L + 8\text{Kg}$

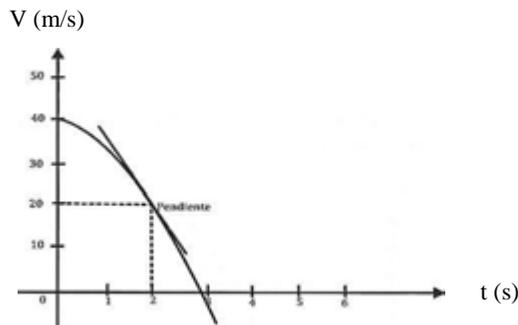
4. En la siguiente figura se muestra una gráfica que representa la posición de un cuerpo en función del tiempo.



Se puede afirmar que:

- En el tramo OA en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 1$ s la velocidad media es cero.
 - En el tramo OA la velocidad media es -4 m/s
 - En el tramo AB la velocidad media es 4 m/s
 - En el tramo AB la velocidad media es -2 m/s
5. En la gráfica anterior, si la coordenada X varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $2x = -8t + 4t^2$, donde X está en mts y t en segundos. Se puede afirmar que:
- La velocidad instantánea en $t = 2,5$ s es cero
 - La velocidad instantánea en $t = 2,5$ s es 12 m/s
 - La velocidad instantánea en $t = 2,5$ s es 8 m/s
 - La velocidad instantánea en $t = 2,5$ es 6 m/s

6. La siguiente figura muestra una gráfica de la velocidad de un cuerpo en función del tiempo:



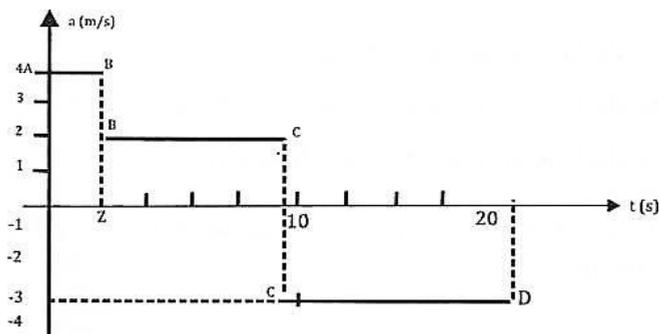
Se puede afirmar que:

- a) La aceleración media en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 2s$ es 10 m/s
- b) La aceleración media en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 2s$ es cero
- c) La aceleración media en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 2s$ es -10 m/s^2
- d) La aceleración media en el intervalo de tiempo $t = 0$ a $t = 2s$ es -20 m/s^2

7. En la gráfica del ejercicio anterior, si la velocidad del cuerpo varía con el tiempo de acuerdo con la expresión $v = (40 - 5t^2) \text{ m/s}$, donde t está en segundos, se puede afirmar que:

- a) La aceleración en el instante $t = 2s$ es cero
- b) La aceleración en el instante $t = 2s$ es -40 m/s^2
- c) La aceleración en el instante $t = 2s$ es 20 m/s^2
- d) La aceleración en el instante $t = 2s$ es -20 m/s^2

8. Un móvil parte del reposo y se mueve a lo largo de una carretera recta, de tal manera que su aceleración varía de acuerdo con la siguiente gráfica:



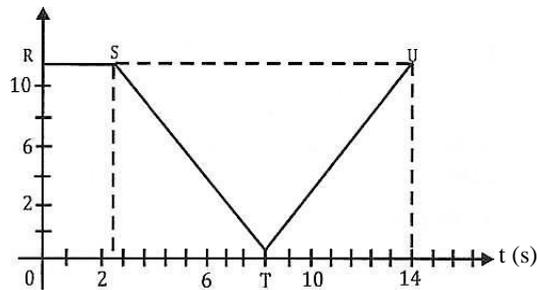
Se puede afirmar que:

- a) La velocidad en A es 8 m/s
- b) La velocidad en B es 18 m/s
- c) La velocidad en C es 54 m/s
- d) La velocidad en D es -6 m/s

9. En la gráfica anterior se puede afirmar que:
- El desplazamiento del móvil en el tramo AB es 18 m
 - El desplazamiento del móvil en el tramo BC es 188 m
 - El desplazamiento del móvil en el tramo CD es 190 m
 - El desplazamiento total del móvil es 226 m

10. Un cuerpo se mueve de acuerdo con la figura de la gráfica que se presenta a continuación y en cuanto a la distancia recorrida por el cuerpo se afirma que:

- Entre 0 y 4sg recorrió 48 metros
- Entre 4 y 8sg recorrió 24 metros
- En total recorrió 108 metros en los 14 segundos



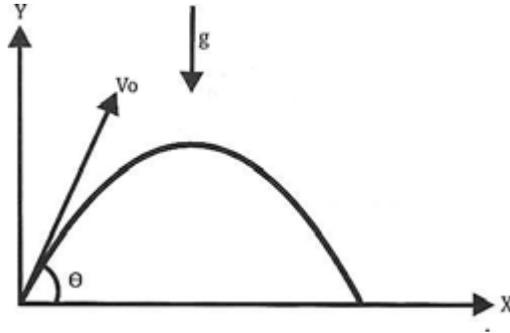
De estas tres aseveraciones

- Sólo I es verdadera
- Sólo II es verdadera
- Sólo I y II son verdaderas
- Las tres son verdaderas

11. Una pelota de golf se deja caer desde un globo que está subiendo a la velocidad de 6 m/s y llega a tierra al cabo de 10,5 s. Se puede afirmar que:

- La altura a que se encontraba el globo cuando se dejó caer la pelota es 568m
- La velocidad con que llega la pelota a tierra es 199 m/s
- La velocidad con que llega la pelota a tierra es 99 m/s
- La altura a que se encuentra la pelota 1 s después de abandonar el globo es 228m

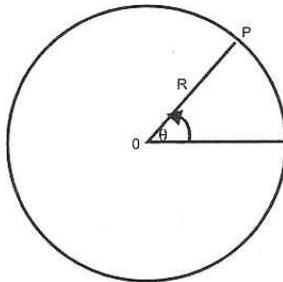
12. Despreciando el efecto de la resistencia del aire, los proyectiles en caída libre están sometidos solamente a una aceleración vertical de la gravedad g dirigida hacia abajo:



Si se lanza una pelota de tenis con una velocidad inicial V_0 y con un ángulo Θ , se puede afirmar que cuando la pelota alcanza el punto más alto:

- a) La velocidad de la pelota es cero
- b) La componente vertical de la velocidad de la pelota es cero
- c) La aceleración es cero
- d) La componente horizontal de la velocidad de la pelota es cero

13. Un disco gira con movimiento uniforme a $13,2$ rad cada 6 seg



Se puede afirmar que:

- a) La velocidad angular es 22 rad/s
- b) El periodo de rotación es 3 seg
- c) El tiempo que le tomará al disco girar un ángulo de 780° es $8,2$ seg
- d) El tiempo que le tomará al disco en dar 12 revoluciones es $34,27$ segundos

Anexo C

Universidad de La Guajira Facultad de Ingeniería

Lista de cotejo para evaluar la actuación de los alumnos con la aplicación de la Construcción de Modelos Matemáticos para la Física en una clase de Física I.

ITEMS	SI	NO
1. Está atento a los objetivos e instrumentos presentados en clases		
2. Se observa que ha revisado el contenido presentado		
3. Identifica el tema de estudio		
4. Muestra participación e interés por el tema		
5. Realiza preguntas relacionadas con el tema y lo observado		
6. maneja el tema y la simbología utilizada		
7. Relaciona un contenido con otro		
8. Interpreta los conceptos físicos, a través de cuadros, tablas, gráficas, esquemas y moldes		
9. Hace generalizaciones y construye modelos físicos en clase		
10. Analiza la situación problémica y construye modelos físicos en clase		
11. Sus conclusiones están de acuerdo con la situación planteada		
12. Trabaja en grupo y hace comentarios con sus compañeros		
13. La percepción forma parte del entendimiento de Problemas de Física.		
14. Busca la forma de recuperar información asociando la información con la nueva		
15. La comparación que realiza, le sirve para el aprendizaje		
16. Está satisfecho con el trabajo desarrollado y experimenta logros de aprendizaje en cada case.		

Anexo D

Universidad de La Guajira Facultad de Ingeniería

Instrumento de validación para la Lista de Cotejo, Pre-test y Pos-test Datos del Experto

Apellidos y nombres: _____

Título de Pregrado: _____

Título de Postgrado: _____

Lugar de Trabajo: _____

Instrucciones:

1. El siguiente instrumento tiene como objetivo tomar información de expertos, sobre la validez de los instrumentos de medición a ser aplicados a los estudiantes que cursan Física I en el Ciclo Básico de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la Guajira, lo cual tiene como propósito determinar los conocimientos previos, detectar las necesidades y dificultades existentes que conduzcan a mejorar el proceso de aprendizaje de la Física y las Técnicas de resolver problemas, graficar datos experimentales y construir modelos en física.
2. Coloque un número en la casilla que exprese su opinión acerca de los ítems, teniendo en cuenta los juicios basados en la siguiente escala:

Correcto: 10

Incompleto: 5

Incorrecto: 1

Para la lista de Cotejo:

ITEMS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lenguaje										
Redacción										
Claridad										
Relación con los indicadores										
Complejidad										
Los ítems representan el contexto teórico										
Importancia										

Observaciones:

Para el Pre-test

ITEMS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lenguaje										
Redacción										
Claridad										
Relación con los indicadores										
Complejidad										
Los ítems representan el contexto teórico										
Importancia										

Observaciones:

Para el Post-test

ITEMS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lenguaje										
Redacción										
Claridad										
Relación con los indicadores										
Complejidad										
Los ítems representan el contexto teórico										
Importancia										

Observaciones:



ISBN 978-958-5534-05-3



9 789585 534056